Równowaga społeczna

Wszystko jest grą

ANDRZEJ WIECZOREK
Instytut Podstaw Informatyki, Warszawa
Polska Akademia Nauk
A.Wieczorek@ipipan.waw.pl
Prof. dr hab. Andrzej Wieczorek kieruje Zespołem Teorii Gier i Decyzji w Instytucie Podstaw Informatyki PAN. Z wykształcenia matematyk, jest specjalistą z zakresu teorii gier, matematycznej ekonomii i analizy nieliniowej

MARCIN MALAWSKI
Instytut Podstaw Informatyki, Warszawa
Polska Akademia Nauk
malawski@ipipan.waw.pl
Dr Marcin Malawski, matematyk i ekonomista, pracuje w Zespole Teorii Gier i Decyzji w IPI PAN oraz w Centrum Psychologii Ekonomicznej w Akademii Leona Koźmińskiego

Pojęcie równowagi stanowi punkt odniesienia do badania innych pojęć, pokrewnych i nie tylko, w szczególności pojęć efektywności i stabilności

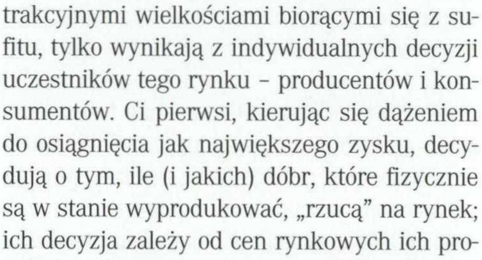
Równowaga to jedno z najważniejszych pojęć opisywanych i badanych w teorii i praktyce ekonomii i innych nauk społecznych. Równowaga to również pojęcie szczególnie „wdzięczne" z punktu widzenia środków matematycznych służących do jego badania. Twierdzenia o punktach stałych (niezmieniających swojego położenia przy pewnych przekształceniach) i obszerne działy teorii równań różniczkowych bezpośrednio stosują się do badania istnienia i własności równowagi w modelach ekonomicznych.

Równowaga w modelu ekonomicznym

Kiedy powiemy, że na rynku pewnego towaru panuje *równowaga*? Zgodnie z potocznym, ale w zasadzie poprawnym rozumieniem tego pojęcia z równowagą mamy do czynienia wtedy, gdy podaż równoważy się z popytem - tzn. nie występuje ani nadmiar, ani niedobór danego towaru na rynku. Narzędziem regulującym jest tu cena: przy przewadze popytu nad podażą cena powinna wzrastać, co w przypadku typowych dóbr rynkowych prowadzi do wzrostu podaży i spadku popytu, a przy przewadze podaży - spadać, aż do ustalenia się *ceny równowagi*, przy której podaż i popyt są jednakowe. Tak określone pojęcie *równowagi cząstkowej*, panującej na rynku pojedynczego dobra, można w naturalny sposób uogólnić i odnieść do rynku pewnej grupy bądź wszystkich dóbr - równowaga panuje przy takim systemie cen, przy którym podaż każdego dobra jest taka sama jak popyt na nie. Jest to klasyczne pojęcie *równowagi ogólnej*, sformułowane przez szwajcarskiego ekonomistę Leona Walrasa (1834-1910).

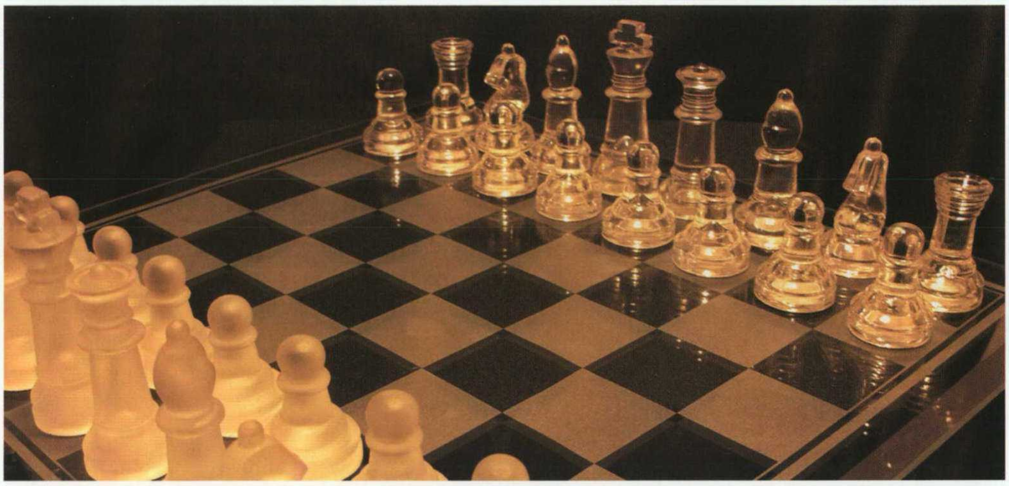
Jednak popyt i podaż na rynku nie są abstrakcyjnymi wielkościami biorącymi się z sufitu, tylko wynikają z indywidualnych decyzji uczestników tego rynku - producentów i konsumentów. Ci pierwsi, kierując się dążeniem do osiągnięcia jak największego zysku, decydują o tym, ile (i jakich) dóbr, które fizycznie są w stanie wyprodukować, „rzucą" na rynek; ich decyzja zależy od cen rynkowych ich produktów, ale także m.in. od cen i dostępności surowców. Ci drudzy dobierają swój poziom konsumpcji dostępnych dóbr w ten sposób, by uzyskać najwyższy poziom satysfakcji możliwy do osiągnięcia w ramach ograniczeń wyznaczonych przez ich zasoby finansowe. Wspólne dla wszystkich podmiotów na rynku jest zatem dążenie każdego z nich do jak najkorzystniejszego dla siebie wyniku w sytuacji, gdy wszyscy inni mają analogiczny cel.

Taki rynek jest przykładem *gry*. Dla specjalisty gra to dowolny system, w którym różne podmioty niezależnie od siebie podejmują de-



Przypadkowe odstąpienie jednego lub grupy graczy od ich strategii równowagi, a więc drobne zaburzenia i następnie reakcje na nie innych graczy mogą spowodować oddalanie się systemu od dotychczasowej równowagi. W dalszej perspektywie skutkiem może być przejście do innej równowagi, ale także na przykład zachowania oscylacyjne lub podążanie do atraktora - zbioru, do którego w miarę upływu czasu zmierzają różne strategie równowagi

www.sxc.hu



Dla specjalisty gra to dowolny system, w którym różne podmioty niezależnie od siebie podejmują decyzje, a wynik uzyskany przez każdego z nich zależy zarówno od jego własnej decyzji, jak i od tych podjętych przez pozostałych

cyzje, a wynik uzyskany przez każdego z nich zależy zarówno od jego własnej decyzji, jak i od tych podjętych przez pozostałych. Jasne jest, że w ten sposób można opisać mnóstwo sytuacji z najrozmaitszych dziedzin życia, poczynając od tych, które normalnie rozumiemy przez grę (poker, szachy itd.), a kończąc na skomplikowanych interakcjach wielu podmiotów w społeczeństwie. Ponieważ pierwsze poważne (cywilne) zastosowania teoria gier znalazła w ekonomii, czasami bywa traktowana jako część tej dziedziny, a naucza się jej przede wszystkim na kierunkach ekonomicznych. Jednak, jak powiedział dwa lata temu podczas wykładu w Akademii Koźmińskiego w Warszawie noblista Robert Aumann, to raczej ekonomia jest gałęzią teorii gier. Z grami mamy oczywiście do czynienia w licznych kontekstach ekonomicznych - na rynkach, aukcjach, podczas negocjacji - ale także np. na manewrach wojskowych i na wojnach, w polityce, sporcie, a nawet w banalnych sytuacjach życia codziennego.

Do takich sytuacji ma zastosowanie pojęcie *równowagi Nasha* (lub po prostu równowagi). Równowagą jest taki układ decyzji wszystkich graczy, w którym decyzja każdego z nich jest - z jego punktu widzenia - optymalnie dostosowana do decyzji wszystkich innych. Na rynku w równowadze każdy konsument wybiera taki koszyk produktów (wiązkę konsumpcyjną), który odpowiada mu najbardziej spośród wszystkich dostępnych przy jego ograniczeniu budżetowym, a każdy producent - taki plan produkcyjny, który zapewnia mu największe zyski spośród wszystkich możliwych. W tej sytuacji popyt i podaż równoważą się, a żaden z uczestników gry nie ma powodu do zmiany wyboru, gdyż nie poprawi ona w żaden sposób jego sytuacji.

Ogólniej w równowadze Nasha dowolnej gry każdy z graczy wybiera najlepszą odpowiedź na strategie wybierane przez innych graczy w tejże równowadze. Jeżeli więc każdy przewiduje, że pozostali wybiorą decyzje wchodzące w skład konkretnej równowagi, to ta równowaga rzeczywiście zostanie osiągnięta.

Spróbujmy tę część rozważań potraktować bardziej formalnie.

Gra dwuosobowa składa się z czterech elementów:

X - *zbiór strategii* pierwszego gracza,

Y - *zbiór strategii* drugiego gracza,

F - *funkcja wypłaty* pierwszego gracza, dla każdej pary (x, y) strategii obu graczy określa jego wypłatę F(x, y),

G - *funkcja wypłaty* drugiego gracza, dla każdej pary (x, y) strategii obu graczy określa jego wypłatę G(x, y).

Zwykle przyjmuje się, że wypłaty każdego z graczy są liczbami, gracze wybierają strategie niezależnie i jednocześnie, po wyborze pary strategii (x, y) pierwszy gracz otrzymuje wypłatę F(x,y), a drugi gracz - wypłatę G(x, y).

Gra ma *sumę zerową*, gdy równość F(x, y) + G(x, y) = 0 zachodzi dla każdej pary strategii (x, y).

Jeżeli zbiory strategii obu graczy są skończone, to grę można przedstawić za pomocą tabelki, na przykład tabelka:

(5, 5) (0, 6)

(6, 0) (2, 2)

opisuje grę, w której zbiorem strategii pierwszego gracza jest:

Równowaga społeczna

Robert Kruszewski (SGH)

W modelu procesów społeczno-ekonomicznych za pomocą układu dynamicznego z czasem ciągłym lub dyskretnym oprócz równowag stacjonarnych (stanów ustalonych) występują też równowagi cykliczne. Rysunki przedstawiają współistniejące równowagi stacjonarne i równowagi cykliczne wraz z ich basenami przyciągania, na które składają się pozycje wyjściowe gospodarki, która w długim okresie zmierza do danej równowagi. Rysunki odpowiadają różnym poziomom skłonności do oszczędzania

X = {Wybrać górny wiersz, Wybrać dolny wiersz},

zbiorem strategii drugiego gracza jest:

Y = {Wybrać lewą kolumnę, Wybrać prawą kolumnę};

przykładowo, pozycję (6, 0) w tej tabelce odczytujemy tak: jeżeli pierwszy gracz wybrał dolny wiersz, a drugi gracz wybrał pierwszą kolumnę, to pierwszy gracz otrzyma wypłatę 6, a drugi gracz - wypłatę 0.

Równowagą w grze dwuosobowej jest każda para strategii (x^*, y^*) o tej własności, że:

dla każdej innej strategii x pierwszego gracza $F(x, y^*) \leq F(x^*, y^*)$ oraz

dla każdej innej strategii y drugiego gracza $G(x^*, y) \leq G(x^*, y^*)$.

Mówiąc inaczej, w równowadze żaden z graczy nie ma możliwości zwiększenia swojej wypłaty, jednostronnie zmieniając używaną przez siebie strategię.

Poniższy diagram odpowiada grze z poprzedniej tabelki: czerwone strzałki opisują możliwości jednostronnej zmiany strategii przez pierwszego gracza, a niebieskie strzałki opisują możliwości jednostronnej zmiany strategii przez drugiego gracza. Wypłaty pierwszego gracza oznaczono kolorem czerwonym, a wypłaty drugiego gracza - kolorem niebieskim. Łatwo zauważyć, że jedyna równowaga w tej grze występuje przy wyborze dolnego wiersza przez gracza 1 i wyborze prawej kolumny przez gracza 2.

$$\begin{array}{ccc} (5, 5) & \leftrightarrow & (0, 6) \\ \updownarrow & & \updownarrow \\ (6, 0) & \leftrightarrow & (2, 2) \end{array}$$

Nietrudno zauważyć, że ta równowaga nie jest efektywna; w równowadze każdy gracz otrzymuje wypłatę 2, a przecież przy wyborze przez pierwszego gracza górnego wiersza, a przez drugiego - lewej kolumny obaj gracze otrzymaliby wyższe wypłaty, po 5. Osiągnięcie tego wyniku wymaga jednak współpracy graczy i wiąże się z poważnym ryzykiem. Jeżeli jeden z graczy spróbuje współpracować, a drugi gracz odmówi współpracy (trochę w tej sytuacji zyskując), to ten pierwszy zostanie ukarany - jego wypłata spadnie do zera. Ta gra jest dobrze znana w literaturze pod nazwą dylematu więźnia i bardzo często występuje w różnorakich zastosowaniach, właśnie ze względu na interpretację strategii: jedną z nich można nazwać: „Przystępuję do współpracy" (górny wiersz w przypadku pierwszego gracza, lewa kolumna - w przypadku drugiego), drugą: „Odmawiam współpracy" (dolny wiersz w przypadku pierwszego gracza, prawa kolumna - w przypadku drugiego).

Kłopoty z równowagą

Choć matematycy pracujący nad problemami istnienia równowag Nasha w różnych modelach osiągnęli wiele znaczących sukcesów, samo stwierdzenie, że w danej grze istnieje równowaga, nie zawsze stanowi rozwiązanie zadowalające użytkownika modelu. Może to wynikać z paru różnych przyczyn. Po pierwsze, nie wszystkie równowagi są *stabilne*. Gdy dana równowaga jest stabilna, niewielkie jej zakłócenie - przypadkowe odstąpienie jednego lub grupy graczy od ich strategii równowagi - nie ma trwałych skutków, gdyż dynamika dostosowania strategii graczy do tak zmienionego otoczenia z czasem sprowadza system z powrotem do tej równowagi. W przeciwnym przypadku bywa jednak tak, że takie drobne zaburzenia i następnie reakcje na nie innych graczy powodują oddalanie się systemu od dotychczasowej równowagi. W dalszej perspektywie skutkiem może być przejście do innej równowagi, ale także na przykład zachowania oscylacyjne. Po drugie, dość typowa jest sytuacja istnienia wielu - a nawet bardzo wielu - różnych możliwych równowag w tej samej grze. O ile dylemat więźnia ma tylko jedną równowagę i jest ona stabilna, o tyle na przykład następująca dwuosobowa *gra koordynacji*:

(6, 6) (0, 0)
(0, 0) (3, 3)

ma już trzy różne równowagi. W jednej z nich obaj gracze wybierają swoją pierwszą strategię (gracz pierwszy górny wiersz, a gracz drugi lewą kolumnę) i obaj otrzymują wypłatę 6, w drugiej obaj wybierają swą drugą strategię i otrzymują wypłatę 3. Istnieje też trzecia równowaga w strategiach mieszanych, w której każdy z graczy wybiera swą pierwszą strategię z prawdopodobieństwem 1/3, a drugą z prawdopodobieństwem 2/3 (bądź, w grze w dużej populacji, 1/3 wszystkich graczy wybiera pierwszą strategię, a 2/3 drugą) i oczekiwane wypłaty wynoszą 2. Ta ostatnia równowaga jest niestabilna: przy nieco większym niż 2/3 prawdopodobieństwie wyboru dolnego wiersza przez gracza pierwszego dla gracza drugiego wybór prawej kolumny stanie się bardziej opłacalny niż lewej, a więc należy się spodziewać dryfu ku (stabilnej) równowadze z wypłatami (3, 3).

Widzieliśmy już wcześniej („dylemat więźnia"), że równowaga, nawet stabilna i jedyna, może być nieefektywna - wybrane w niej strategie mogą skutkować niższymi wypłatami dla wszystkich graczy niż pewien inny układ strategii niebędący równowagą. Ta gra opisuje ważne, ale niekorzystne rzeczywiste zjawiska, m.in. słynną „tragedię wspólnot": w równowadze wspólne zasoby (pastwiska, łowiska, zbiorniki czystej wody) są nadmiernie eksploatowane, a można temu zapobiec, tylko wprowadzając restrykcyjne prawa ograniczające wolność gospodarczą albo prywatyzując te zasoby. Natomiast gry koordynacji opisują sytuację, w której korzystna dla wszystkich graczy jest koordynacja postępowania, ale może ona prowadzić do różnych równowag - lepszych lub gorszych.

Prostym przykładem takiej (wieloosobowej) gry jest wybór strony drogi, po której się jedzie samochodem: inna równowaga została osiągnięta w Japonii i Wielkiej Brytanii, a inna w większości krajów świata. O ile jednak trudno tutaj mówić o wyższości jednej równowagi nad drugą, o tyle w przypadku wyboru konkurujących technologii już nieraz bywa inaczej. Co więcej, jeżeli z takich czy innych powodów znakomita większość użytkowników stosuje technologię gorszą niż konkurencyjna, to ten stan będzie się utrwalać. Firmy software'owe będą tworzyć programy pod gorszy system operacyjny, użytkownicy nie będą mieli bodźców, by uczyć się lepszego; a co więcej, inżynierowie też będą pracować raczej nad udoskonalaniem gorszego systemu niż nad lepszym. Niektórzy specjaliści uważają na przykład, że silnik spalinowy do napędu samochodów wyszedł zwycięsko z rywalizacji z innymi wskutek zbiegu przypadków, a równowaga, w której prawie wszystkie dzisiejsze samochody byłyby napędzane elektrycznością (albo parą), byłaby stanem korzystniejszym dla wszystkich niż obecna supremacja napędu spalinowego.

Duże gry

Duże gry to takie, w których bierze udział tak wielu graczy, że ich działania mają wpływ tylko na ich indywidualne wyniki, ale żaden pojedynczy gracz nie wpływa na wyniki pozostałych graczy. Na przykład, tak patrzy się na rolę „drobnych" inwestorów w grze giełdowej. Duże gry stanowią przedmiot badań autorów i ich współpracowników w Instytucie Podstaw Informatyki PAN. W szczególności przedmiotem badań były i są teoria dużych gier i jej zastosowania do zagadnień rynków pracy, gospodarki drobnotowarowej, globalnych modeli gospodarki, alokacji przestrzennej, wyborów powszechnych czy sieci transportowych. Badane przez nas zagadnienia dotyczą również przypadku wielu różnych populacji o różnych dostępnych strategiach i funkcjach wypłaty; wtedy wypłata gracza zależy od wyboru własnej strategii oraz od wybranych profilów strategii wszystkich populacji biorących udział w grze, a również nawet przy nieskończonej liczbie dostępnych strategii. Przykładem takich gier mogą być gry typu drapieżnik - ofiara z dwiema populacjami graczy. ■

Równowaga to stan uważany za pożądany i często występujący w różnych sytuacjach, chociażby jako punkt odniesienia

Chcesz wiedzieć więcej?

Malawski M., Wieczorek A., Sosnowska H., (2004). *Konkurencja i kooperacja, Teoria gier w ekonomii i naukach społecznych*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

Watson J. (2005). *Strategia. Wprowadzenie do teorii gier*. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne.