

ANDRZEJ HAŁADUS*, RYSZARD KULMA*

Dopływy wody do dwóch studni położonych w pobliżu granicy zasilającej i nieprzepuszczalnej

Słowa kluczowe

Hydrogeologia, ujęcia wód podziemnych, obliczenia prognostyczne

Streszczenie

Poszukiwanie zbiorników wód podziemnych mogących zaspokoić wymagania ilościowe i jakościowe stanowi alternatywne rozwiązanie wobec wód powierzchniowych, na ogół niskiej jakości i dodatkowo ulegających zanieczyszczeniom. Wskazanie takich zbiorników w konkretnych strukturach hydrogeologicznych niestety nie zawsze jest możliwe. W praktyce częstym rozwiązaniem jest więc budowa studziennych ujęć infiltracyjnych, w których wody powierzchniowe wykorzystuje się do sztucznego zasilania warstw wodonośnych, co pozwala na zwiększenie zasobów ujęcia wodnego. Dokładna prognoza hydrogeologiczna pracy ujęcia ma w tych warunkach coraz większe znaczenie praktyczne. Obliczenia wykonywane są metodami analitycznymi lub bardziej wiarygodnymi modelowania matematycznego.

W pracy przedstawiono ocenę dokładności prognoz hydrogeologicznych dla dwuotworowego ujęcia infiltracyjnego położonego w pobliżu granicy zasilającej i prostopadłej do niej granicy nieprzepuszczalnej. Zrealizowano ją porównując wyniki obliczeń wykonanych metodami analitycznymi i modelowania dla ujęć eksploatujących warstwę wodonośną o zwierciadle naporowym i swobodnym. Łącznie zrealizowano 48 rozwiązań wariantowych, różniących się przyjętymi parametrami filtracyjnymi utworów wodonośnych i techniczno-eksploatacyjnymi warunkami pracy ujęcia. Obliczenia analityczne dla dwóch współdziałających studni wykonano na podstawie wzorów wyprowadzonych przez autorów niniejszej pracy.

Dokładność analitycznego określenia wydajności ujęcia przy przyjętych warunkach brzegowych jest zadawalająca, zwłaszcza w przypadku naporowej warstwy wodonośnej (błąd $\pm 1,0\%$), natomiast w warunkach przepływu swobodnego sięga maksymalnie do $-6,0\%$. Błędy obliczenia wielkości obniżonego zwierciadła wody (depresji) są na ogół niewielkie (do kilku procent) w bezpośredniej strefie oddziaływania ujęcia i zwiększają się (do około -20%) wraz z odległością w kierunku zasięgu lejca depresji.

* Dr inż., Zakład Hydrogeologii i Ochrony Wód AGH, Kraków.

Wprowadzenie

Poszukiwanie rejonów umożliwiających budowę ujęć infiltracyjnych nie zawsze kończy się pełnym sukcesem. Często wykorzystując bliskość jednej granicy zasilającej należy z konieczności zgodzić się na niekorzystne oddziaływanie drugiej granicy nieprzepuszczalnej. Przy takiej lokalizacji ujęcia ocena wiarygodności prognoz hydrogeologicznych nabiera szczególnej rangi i ma duże znaczenie praktyczne. Coraz szersze stosowanie metod matematycznego modelowania warunków hydrogeologicznych pozwala na uwzględnienie w obliczeniach wielu czynników, które choćby z uwagi na ich zmienność musiały być uproszczone lub nawet całkowicie pominięte w obliczeniach analitycznych. Upłynie jeszcze trochę czasu, kiedy to metody symulacyjne uznane zostaną za jedyną wiarygodną metodę obliczeń prognostycznych.

Tymczasem równoległe stosowanie wzorów obliczeniowych i modelowania filtracji stwarza okazję dla porównania dokładności obu metod oraz dokonania oceny ich przydatności przy prognozowaniu wydatków projektowanych studni i skutków jakie w środowisku wodno-gruntowym wywoła ich działalność.

Autorzy przedstawili w pracy dokładność prognoz hydrogeologicznych dla dwuotworowego ujęcia infiltracyjnego na podstawie obliczeń analitycznych i badań modelowych. Zrealizowano 48 wariantów obliczeniowych dla warstwy wodonośnej o zwierciadle naporowym i swobodnym. Wobec braku w literaturze stosownych formuł obliczeniowych zostały one wyprowadzone przez autorów niniejszej pracy z zachowaniem podstawowych zasad, jakie obowiązują w przypadku podobnych sytuacji hydrogeologicznych.

Prace badawcze zostały zrealizowane w Akademii Górniczo-Hutniczej w ramach działalności statutowej (umowa 11.11.140.251).

1. Założenia do schematu obliczeniowego

Przedmiotem badań było ujęcie infiltracyjne położone w pobliżu zasilającej i prostopadłej do niej granicy nieprzepuszczalnej (np. w obszarze między rzeką a nieprzepuszczalną krawędzią doliny). Dla wykonania obliczeń analitycznych i badań modelowych przyjęto następujące założenia:

- ujęcie składa się z dwóch studni współdziałających, położonych w pobliżu rzeki spływającej z nieprzepuszczalnego obszaru wysocyzynowego w wodonośną strefę dolinną; odległość między dwoma studniami oraz od rzeki i krawędzi doliny ulega zmianie (rys. 1 — patrz rozdz. 2);
- przepływy filtracyjne w pojedynczej warstwie wodonośnej, o zwierciadle naporowym lub swobodnym, mają charakter ustalony;
- w warunkach naturalnych (początkowych) zwierciadło wód podziemnych zalega poziomo (spadek hydrauliczny $J_0 = 0$);
- utwory wodonośne, w warunkach zaburzonych eksploatacją, mają ograniczone rozprzestrzenianie. Z jednej strony wyznacza je przebieg rzeki o pełnej więzi hydraulicznej z warstwą, z drugiej, prostopadłe do niej, nieprzepuszczalna krawędź doliny. Na granicy zasilającej

zrealizowano warunki pierwszego rodzaju $H = \text{const.}$, natomiast na granicy nieprzepuszczalnej symulowano warunek drugiego rodzaju $Q = 0$. W pozostałych kierunkach warstwa ma nieograniczone rozprzestrzenienie, które przy poborze wody ze studni uwzględnione zostało jako warunek pierwszego rodzaju ($H = \text{const.}$) na odległości wyznaczonej zasięgiem leja depresyjnego;

— warstwa wodonośna została odwzorowana na modelu dwuwymiarowym płaskim w planie;

— utwory wodonośne są jednorodne, izotropowe. Oznacza to, że w warstwie wodonośnej o zwierciadle naporowym $T_x = T_y$, w warunkach swobodnych natomiast $k_x = k_y$;

— w spągu i stropie warstwy naporowej oraz w spągu warstwy o zwierciadle swobodnym zalegają utwory nieprzepuszczalne;

— w obliczeniach pominięto zasilanie infiltracyjne, tj. $q_{\text{inf}} = 0$;

— studnie eksploatujące warstwy wodonośne są studniami zupełnymi, tzn. zafiltrowana jest ich całkowita miąższość;

— depresja w studni eksploatacyjnej lub jej wydajność nie ulega zmianie ($s = \text{const.}$ lub $Q = \text{const.}$). Na modelu studnie symulowano warunkami trzeciego rodzaju, uwzględniającymi deformacje radialnego strumienia wody podziemnej w bezpośrednim ich sąsiedztwie, lub warunkami drugiego rodzaju;

— w obliczeniach analitycznych i badaniach modelowych przyjęto identyczne warunki eksploatacji studni oraz wielkości parametrów hydrogeologicznych (tab. 1).

Dla uzyskania prognoz hydrogeologicznych pracy dwuotworowego ujęcia wykonano 48 rozwiązań wariantowych (tab. 2 — patrz rozdz. 4). Badania zrealizowano dla warunków naporowych i swobodnych z uwzględnieniem zmiany depresji w studniach, odległości ujęcia do rzeki i krawędzi doliny oraz zróżnicowania parametrów charakteryzujących ujmowaną warstwę wodonośną (przewodności hydraulicznej lub współczynnika filtracji).

TABELA 1

Parametry hydrogeologiczne i techniczno-eksploatacyjne dwuotworowego ujęcia infiltracyjnego dla przyjętego schematu obliczeniowego (modelu)

TABLE 1

Hydrogeological and technical/operational parameters of double-well infiltrational intake for the assumed calculation method (model)

Rodzaj parametru	Wielkość
Miąższość warstwy wodonośnej M [m]	20,0
Współczynnik filtracji k [m/d]	2,5; 10,0
Przewodność warstwy wodonośnej T [m^2/d]	50,0; 200,0
Depresja w studniach eksploatacyjnych s [m]	2,5; 5,0; 10,0
Promień studni r [m]	0,2
Odległość studni od granic zasilających d [m]	25,0—100,0
Odległość między studniami d [m]	25,0—106,1

2. Obliczenia analityczne

Obliczenia analityczne, obejmujące wielkości dopływów i położenia zwierciadła wód podziemnych, wykonano dla ujęcia składającego się z dwóch otworów studziennych położonych w rejonie wzajemnie do siebie prostopadłych granic: zasilającej i nieprzepuszczalnej. W literaturze brak wzorów analitycznych umożliwiających wykonywanie obliczeń dla takiej sytuacji. Autorzy wyprowadzili więc wzory przy założeniu, że wydajności studni współdziałających są sobie równe. Wykorzystano zasadę odbić zwierciadlanych i superpozycji (zasada Forchheimera). Poniżej przedstawiono sposób wyprowadzenia wzorów dla filtracji wód podziemnych w warunkach naporowych (rys. 1).

$$s_2 = s_{0,2} + \Delta s_1 \quad (1)$$

$$\Delta s_{0,2} = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{2x_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}{ry_2} \quad (2)$$

$$\Delta s_1 = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{2x_1}{d} - \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{2y_1}{d} - \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{2x_1}{z_1} + \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{2y_1}{z_2} + \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{z_3}{d}$$

$$\Delta s_1 = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{z_1 z_3}{dz_2} \quad (3)$$

$$z_1 = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

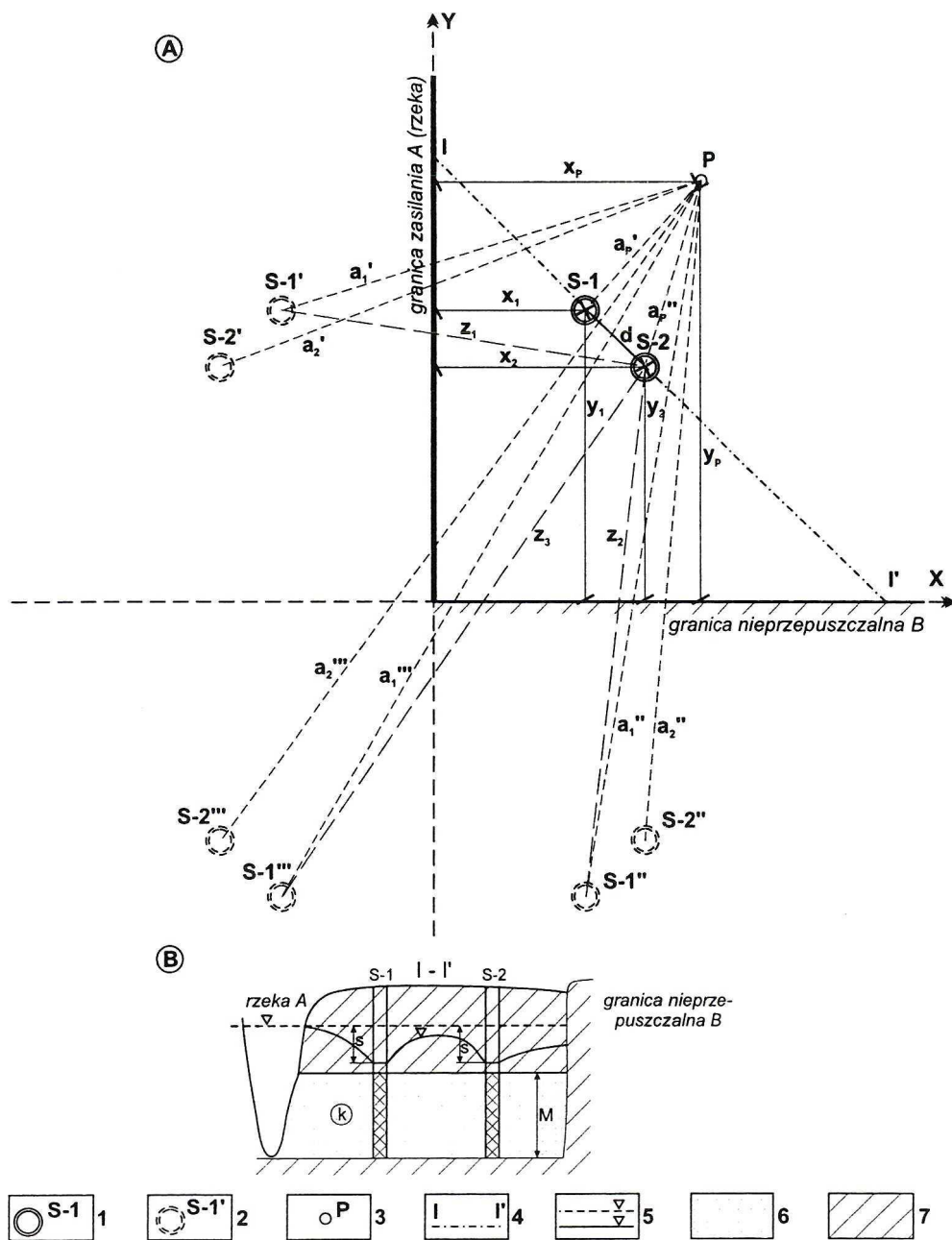
$$z_2 = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$$

$$z_3 = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Ostatecznie, wzór na dopływ wody Q_2 do studni S-2, ujmującej warstwę wodonośną o zwierciadle naporowym, przedstawia się następująco:

$$Q_2 = \frac{2\pi kMs_2}{\ln \frac{2x_2 \sqrt{x_1 + y_2^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}{ry_2 \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}} \quad (4)$$



Rys. 1. Plan sytuacyjny ujęcia dwuotworowego (A) i schematyczny przekrój hydrogeologiczny I—I' (B)

1 — studnia, 2 — studnia fikcyjna, 3 — otwór obserwacyjny (punkt pomiarowy), 4 — linia przekroju hydrogeologicznego, 5 — statyczne i dynamiczne zwierciadło wód podziemnych, 6, 7 — utwory przepuszczalne (6) i nieprzepuszczalne (7)

Fig. 1. Sketch map of double-well intake (A) and schematic hydrogeological cross-section I—I' (B)

1 — well, 2 — virtual well, 3 — observation well (measurement site), 4 — hydrogeological cross-section line, 5 — static and dynamic groundwater table, 6, 7 — permeable (6) and impermeable (7) rocks

W analogiczny sposób wyprowadzono zależność określającą dopływ wody Q_1 do studni współdziałającej S-1.

$$Q_1 = \frac{2\pi k M s_1}{\ln \frac{2x_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}{r y_1 \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}} \quad (5)$$

W powyższych wzorach:

- Q_1, Q_2 — wydatki studni współdziałających S-1 i S-2, przy czym $Q_1 = Q_2 = Q$ [m^3/d],
- k — współczynnik filtracji warstwy wodonośnej [m/d],
- M — miąższość warstwy wodonośnej [m],
- s_1, s_2 — depresje w studniach współdziałających S-1 i S-2 [m],
- $s_{0,2}$ — depresja w studni S-2 w warunkach braku współdziałania [m],
- Δs_1 — przyrost depresji w studni S-2 w wyniku oddziaływania studni S-1 [m],
- r — promień studni [m],
- x_1, y_1, x_2, y_2 — odległości studni S-1 i S-2 od granicy zasilającej i nieprzepuszczalnej [m],
- d — odległość między studniami [m],
- z_1, z_2, z_3 — odległości studni S-2 od odpowiednich studni fikcyjnych (S-1', S-1'', S-1''') [m],

Obliczenia dopływów do dwóch współdziałających otworów studziennych, pracujących w warstwie wodonośnej o zwierciadle swobodnym, zostały wykonane z wykorzystaniem wzorów (6) i (7) uzyskanych na podstawie (4) i (5) poprzez podstawienie do nich skorygowanej miąższości równej ($M=0,5s$). Ostatecznie otrzymano następujące relacje:

$$Q_1 = \frac{\pi k (2M - s_1) s_1}{\ln \frac{2x_1 \sqrt{x_1^2 + y_2^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}{r y_1 \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}} \quad (6)$$

$$Q_2 = \frac{\pi k (2M - s_2) s_2}{\ln \frac{2x_2 \sqrt{x_1 + y_2^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}{r y_2 \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}}} \quad (7)$$

Depresję s_{DP} w rejonie współdziałania dwóch studni położonych w pobliżu granicy zasilania i prostopadłej do niej granicy nieprzepuszczalnej obliczono ze wzorów (10) i (11)

wyprowadzonych dla warstwy wodonośnej o zwierciadle naporowym, z wykorzystaniem przyjętej schematyzacji (rys. 1) i równania:

$$s_{DP} = s'_P + s''_P \quad (8)$$

Obniżenie zwierciadła wody s_P w wybranych punktach obszaru filtracji przy jednej studni eksploatującej naporowy poziom wodonośny można obliczyć z formuły (Turek, red., 1977):

$$s_P = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{a'_1 a'''_1}{a'_P a''_1} \quad (9)$$

Podstawiając do wzoru (8) w miejsce s'_P i s''_P odpowiednio skorygowane postacie relacji (9) otrzymamy:

$$s_{DP} = \frac{1}{2\pi kM} \left(Q_1 \ln \frac{a'_1 a'''_1}{a'_P a''_1} + Q_2 \ln \frac{a'_2 a'''_2}{a'_P a''_2} \right) \quad (10)$$

Gdy $Q_1 = Q_2 = Q$, formuła obliczeniowa przyjmuje uproszczoną postać:

$$s_{DP} = \frac{Q}{2\pi kM} \ln \frac{a'_1 a'''_1 a'_2 a'''_2}{a'_P a''_1 a'_P a''_2} \quad (11)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} a'_1 &= \sqrt{(x_P + x_1)^2 + (y_P - y_1)^2} & a'_2 &= \sqrt{(x_P + x_2)^2 + (y_P - y_2)^2} \\ a''_1 &= \sqrt{(x_P - x_1)^2 + (y_P + y_1)^2} & a''_2 &= \sqrt{(x_P - x_2)^2 + (y_P + y_2)^2} \\ a'''_1 &= \sqrt{(x_P + x_1)^2 + (y_P + y_1)^2} & a'''_2 &= \sqrt{(x_P + x_2)^2 + (y_P + y_2)^2} \\ a'_P &= \sqrt{(x_P - x_1)^2 + (y_P - y_1)^2} & a''_P &= \sqrt{(x_P - x_2)^2 + (y_P - y_2)^2} \end{aligned}$$

gdzie:

- $a'_P a''_P$ — odległość punktu pomiarowego P odpowiednio od studni S-1 i S-2 [m],
- $a'_1 a''_1 a'''_1$ — odległości punktu pomiarowego P od studni fikcyjnych S-1', S-1'' i S-1''' [m],
- $a'_2 a''_2 a'''_2$ — odległość punktu pomiarowego P od studni fikcyjnych S-2', S-2'' i S-2''' [m],
- s_{DP} — obniżenie zwierciadła wód podziemnych w punkcie P [m],

x_P, y_P — odległości punktu P od granicy zasilania i granicy nieprzepuszczalnej [m].
Pozostałe objaśnienia jak we wzorach poprzednich.

Wielkość obniżenia zwierciadła wody, dla warstwy wodonośnej o zwierciadle swobodnym, w rejonie dwóch studni współdziałających położonych w pobliżu granicy nieprzepuszczalnej i prostopadłej do niej granicy zasilającej, określono z relacji (12). Otrzymano ją po przekształceniu wzorów (6)—(11), a ostateczny zapis jest następujący:

$$s_{DP} = 2M - \sqrt{M^2 - \frac{Q_1 \ln \frac{a'_1 a'''_1}{a'_P a''_1}}{\pi k}} - \sqrt{M^2 - \frac{Q_2 \ln \frac{a'_2 a'''_2}{a'_P a''_2}}{\pi k}} \quad (12)$$

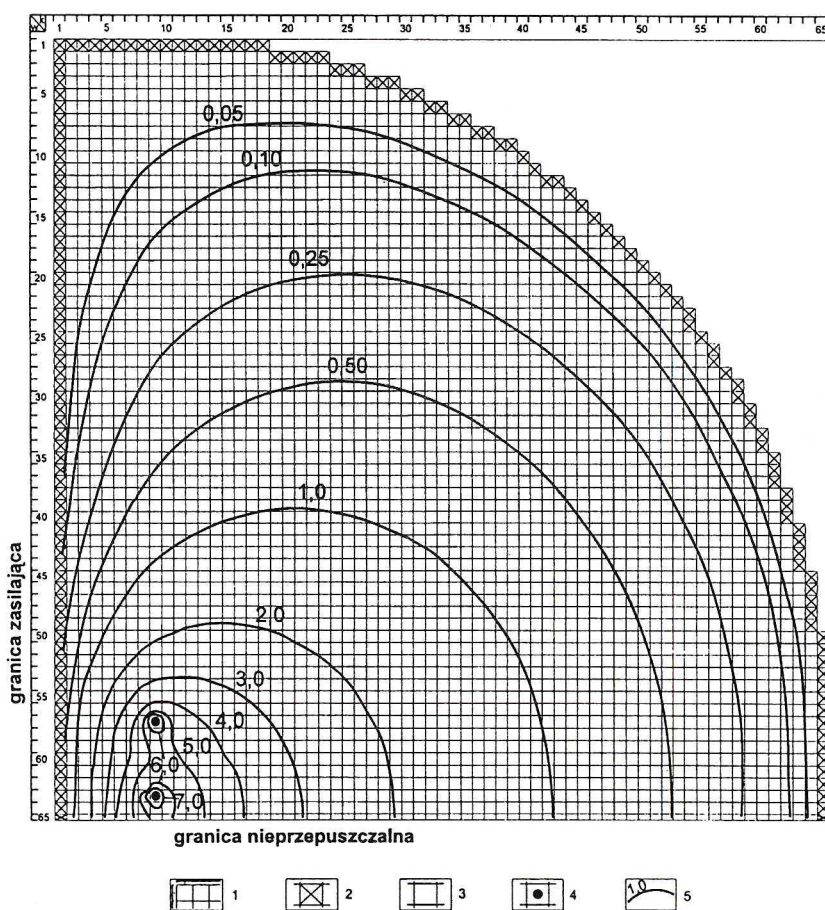
3. Badania modelowe

Przygotowanie modelu matematycznego ujęcia infiltracyjnego składającego się z jednej lub dwóch studni oraz wykonanie obliczeń symulacyjnych przeprowadzone zostało przy wykorzystaniu programów komputerowych z biblioteki HYDRYLIB (Kulma 1995). Na jednowarstwowym, dwuwymiarowym modelu obszaru filtracji zrealizowano obliczenia ustalonych warunków przepływu strumienia wód podziemnych dla naporowej i swobodnej warstwy wodonośnej (tab. 2 — patrz rozdz. 4).

Wykonanie badań modelowych wymagało dyskretyzacji obszaru filtracji, który został podzielony na 3547 bloków obliczeniowych (rys. 2). W zdecydowanej większości były to bloki kwadratowe o boku $\Delta x = \Delta y = 12,5$ m. Jedyne ostatni wiersz modelu, przylegający do granicy nieprzepuszczalnej, z uwagi na konieczność zachowania symetrii obu granic stanowią bloki o wymiarze $\Delta x = 12,5$ m i $\Delta y = 6,25$ m. Brzegi modelu stanowiły zewnętrzne warunki obliczeń, które odzwierciedlają schematyczny przebieg granicy zasilającej (rzeki) i granicy nieprzepuszczalnej oraz zdyskretyzowany kontur leja depresji. Studnie eksploatacyjne ujęcia infiltracyjnego stanowiły wewnętrzne warunki brzegowe obliczeń symulacyjnych, modelowane w środkach ciężkości bloków.

4. Wyniki prognoz hydrogeologicznych

Prognozy hydrogeologiczne wykonane dla brzegowego dwuotworowego ujęcia infiltracyjnego dały możliwość porównania wyników uzyskanych za pomocą wzorów analitycznych i na modelu matematycznym. Obliczenia symulacyjne na modelu hydrogeologicznym dają dokładniejszy i bardziej wiarygodny obraz warunków przepływu i obniżenia zwierciadła wody w rejonie ujęcia niż obliczenia analityczne. Dokładność prognoz modelowych zależy między innymi od przyjętego podziału warstwy wodonośnej na bloki obliczeniowe. Dyskretyzacja obszaru filtracji umożliwiła poprawne odwzorowanie granic obszaru filtracji i położenie studni



Rys. 2. Model obszaru filtracji w rejonie ujęcia położonego w pobliżu dwóch prostokątnych granic: zasilającej i nieprzepuszczalnej

1 — podział obszaru badań na bloki obliczeniowe z numeracją wierszy i kolumn, 2 — bloki obliczeniowe z zadaniem warunkiem brzegowym I rodzaju, 3 — bloki z zadaniem warunkiem II rodzaju $Q = 0$, 4 — bloki obliczeniowe modelujące studnie z zadaniem warunkiem brzegowym III rodzaju, 5 — izolinie depresji zwierciadła wód podziemnych przy wydajności otworów $Q_1 = Q_2$ oraz $s_1 = 9,9$ m i $s_2 = 11,1$ m

Fig. 2. Filtration model around an intake localized in the vicinity of two perpendicular boundaries recharge and impermeable

1 — subdivision of study area into the calculation blocks and symbols of columns and rows, 2 — calculation blocks for constant-head boundary condition, 3 — calculation blocks for constant flux boundary condition at $Q = 0$, 4 — calculation blocks for mixed boundary conditions, 5 — hydroisobaths at $Q_1 = Q_2$, $s_1 = 9.9$ meters and $s_2 = 11.1$ meters

eksploatacyjnych. Dla rzeczywistych sytuacji stwarza ponadto możliwości uwzględnienia niejednorodności ośrodka skalno-gruntowego bądź zróżnicowanych warunków zasilania powierzchniowego.

Z badań modelowych uzyskano wydajności pracujących studni oraz wielkości obniżen zwierciadła wody w centrach bloków obliczeniowych. Na podstawie relacji wyprowadzonych

przez autorów dla dwóch studni współdziałających (wzory 4—12) obliczono wydajności otworów i depresje. Wydatki otworów obliczono dla sytuacji, gdy są one sobie równe ($Q_1 = Q_2$) lub różnią się między sobą ($Q_1 \neq Q_2$). W pracy przykładowo dokonano porównania obniżenia zwierciadła wody tylko dla wybranych punktów obszaru filtracji.

Błąd obliczenia wydajności ujęcia metodą analityczną określono z następującej zależności:

$$B_Q = \frac{Q_M - Q_A}{Q_M} \cdot 100\% \quad (13)$$

gdzie:

- Q_M — wydatek ujęcia uzyskany z modelu matematycznego [m^3/d],
- Q_A — wydatek ujęcia obliczony analitycznie [m^3/d].

Błąd określenia depresji zwierciadła wody obliczonej formułami analitycznymi oceniono z zależności:

$$B_S = \frac{s_M - s_A}{s_M} \cdot 100\% \quad (14)$$

gdzie:

- s_M — obniżenie zwierciadła wody uzyskane z modelu matematycznego [m],
- s_A — obniżenie zwierciadła wody obliczone analitycznie, gdzie $s_A = s_P$ lub $s_A = s_{DP}$ [m].

Z obliczeń wynika, że wydatki dwóch studni współdziałających określonych wzorami (4) i (5) ($Q_1 = Q_2$), ujmujących naporową warstwę wodonośną i położonych w pobliżu prostopadłych granic o charakterze zasilającym i nieprzepuszczalnym (izolującym) są bardzo dokładne. Błąd nie przekracza $\pm 1\%$ i nie zależy od przewodności warstwy wodonośnej oraz depresji w studniach (tab. 2). Większe błędy przy prognozowaniu wydajności popełnia się w warunkach swobodnego przepływu wód podziemnych (wzory 6 i 7). Obliczone analitycznie dopływy są zaniżone, a błędy wzrastają od około 0,5—1,5% przy depresji 1,8—3,5 m do około 4,0—6,0% przy depresji 8,5—13,0 m (tab. 2, rys. 4).

Wyprowadzone zależności (4)—(7) można także wykorzystać w obliczeniach, gdy wydajności studni są różne ($Q_1 \neq Q_2$), ale uzyskane przy tych samych depresjach ($s_1 = s_2$). Maksymalne błędy oceny wydatku studni sięgają od około $\pm 4,0$ — w przypadku eksploatacji naporowego poziomu wodonośnego, do około +9,0% — gdy ujmujemy warstwę wodonośną o zwierciadle swobodnym.

Dużą zbieżność w ocenie wielkości depresji uzyskano z obliczeń analitycznych (wzory 9—12) i badań modelowych w bezpośrednim sąsiedztwie studni współdziałających oraz w obszarze położonym między nimi i obiema granicami (zasilającą i nieprzepuszczalną) dla warstwy wodonośnej o zwierciadle naporowym. Maksymalne błędy nie przekraczają $\pm 2,0\%$. Gdy warstwa wodonośna charakteryzuje się zwierciadłem swobodnym wzrastają one w tej samej strefie do kilku procent (tab. 2 i 3). Dokładność oceny obniżenia zwierciadła wody wzorami ana-

TABELA 2

Wielkości błędów względnych analitycznego obliczenia wydajności dwóch studni współdziałających

TABLE 2

Relative errors of analytical calculation of interacting wells discharge

Wydatek studni	Depresja w studni s [m]	Odległość studni nr				Błąd względny B _Q [%]							
						Warunki naporowe				Warunki swobodne			
		Przewodność warstwy wodonośnej [m ² /d]				T = 50		T = 200		T = 50		T = 200	
		1		2		Numer studni							
		od granic [m]											
		A	B	A	B	1	2	1	2	1	2	1	2
Q ₁ = Q ₂	s ₁ ≠ s ₂ ≈ 1,8—3,5	25	50	50	25	-0,25	-0,16	-0,26	-0,17	+0,48	+0,37	+0,48	+0,36
		25	100	100	100	-0,26	+0,66	-0,26	+0,66	+0,50	+1,10	+0,49	+1,09
		100	100	100	25	+0,95	+0,81	+0,98	+0,93	+1,46	+1,19	+1,46	+1,19
Q ₁ ≠ Q ₂	s ₁ = s ₂ = 2,5	25	50	50	25	+3,50	-4,26	+3,59	-4,31	+4,47	-3,78	+4,47	-3,66
		25	100	100	100	+2,10	-1,80	+2,14	-1,91	+3,32	-1,55	+3,24	-1,49
		100	100	100	25	+4,05	-2,33	+3,94	-2,27	+4,30	-2,21	+4,19	-2,20
Q ₁ = Q ₂	s ₁ ≠ s ₂ ≈ 8,5—13,0	25	50	50	25	-0,33	-0,30	-0,32	-0,30	+4,80	+5,85	+4,80	+5,85
		25	100	100	100	-0,37	+0,40	-0,37	+0,40	+4,68	+6,20	+4,68	+6,20
		100	100	100	25	+0,86	+0,66	+0,85	+0,65	+4,12	+4,32	+4,12	+4,32
Q ₁ ≠ Q ₂	s ₁ = s ₂ = 10,0	25	50	50	25	+3,38	-4,31	+3,28	-4,59	+9,32	-1,13	+9,09	-0,95
		25	100	100	100	+1,95	-2,17	+1,95	-1,78	+8,74	+1,77	+8,41	+1,77
		100	100	100	25	+3,68	-2,61	+3,68	-2,11	+7,48	-0,20	+7,48	-0,10

Wielkość błędów względnych przy analitycznym obliczaniu obniżenia zwierciadła wód podziemnych między dwoma współdziałającymi studniami a granicą leja depresji

TABLE 3

Relative errors of analytical calculations of groundwater table depression between the two interacting wells and the boundaries of depression cone

Warunki filtracji	Wydajność studni	Depresja w studni s [m]	Odległość studni nr		Błąd względny B_s [%]											
					Przewodność warstwy wodonośnej $T = 50 \text{ m}^2/\text{d}$					Przewodność warstwy wodonośnej $T = 200 \text{ m}^2/\text{d}$						
			1		2		Odległość od studni nr 2 w kierunku przeciwnym do granicy A (równoległe do B) [m]									
			od granic [m]				12,5	50	100	150	200	12,5	50	100	150	200
			A	B	A	B	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Napo- rowe	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 2,1-3,5$	25	50	50	25	+0,03	+2,51	-5,37	-9,14	-5,96	+0,03	+2,51	-5,37	-9,14	-5,96
			25	100	100	100	-1,77	-5,95	-10,61	-15,84	-22,14	-1,77	-5,95	-10,61	-15,84	-22,14
			100	100	100	25	-1,06	-4,57	-7,81	-12,08	-17,77	-1,29	-4,94	-8,37	-12,86	-18,60
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 2,5$	25	50	50	25	-0,00	-2,42	-4,97	-8,70	-13,29	+0,01	-2,29	-4,97	-8,70	-13,29
			25	100	100	100	-1,76	-5,87	-10,40	-15,49	-21,81	-1,68	-5,66	-10,14	-15,41	-21,80
			100	100	100	25	-1,93	-4,78	-8,04	-12,47	-18,10	-1,94	-4,77	-8,02	-12,29	-18,07
	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 8,5-11,4$	25	50	50	25	+0,34	+1,78	-3,98	-7,07	-3,25	+0,34	+1,78	-3,98	-7,07	-3,25
			25	100	100	100	-1,15	-4,72	-8,68	-13,39	-19,31	-1,15	-4,72	-8,68	-13,39	-19,31
			100	100	100	25	-0,85	-4,18	-7,23	-11,31	-16,63	-1,50	-4,13	-7,17	-11,22	-16,59
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 10,0$	25	50	50	25	+0,22	-1,82	-4,00	-7,07	-11,23	+0,48	-1,55	-3,74	-6,79	-11,23
			25	100	100	100	-1,14	-4,67	-8,63	-13,34	-19,22	-1,42	-4,91	-8,90	-13,61	-19,56
			100	100	100	25	-1,49	-4,09	-7,13	-11,19	-16,59	-1,79	-4,37	-7,38	-11,42	-16,74

cd. tabeli 3

cont. table 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Swo- bodne	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 1,8-3,1$	25	50	50	25	+1,51	-0,93	-3,46	-6,47	-10,70	+1,51	-0,93	-3,46	-6,47	-10,70
			25	100	100	100	-0,45	-4,17	-8,20	-13,03	-18,88	-0,45	-4,17	-8,20	-13,03	-18,88
			100	100	100	25	+1,11	-2,40	-5,74	-10,04	-15,46	+0,50	-2,40	-5,74	-10,04	-15,46
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 2,5$	25	50	50	25	+1,65	-0,84	-1,81	-6,39	-10,40	+1,57	-0,79	-3,09	-6,21	-10,48
			25	100	100	100	-0,15	-3,81	-7,80	-12,56	-18,38	-0,18	-3,83	-7,82	-12,58	-18,40
			100	100	100	25	+0,27	-2,53	-7,06	-9,87	-15,21	+0,38	-2,48	-5,76	-9,81	-15,14
	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 8,6-13,0$	25	50	50	25	+6,58	+2,32	-0,93	-4,42	-8,80	+6,58	+2,32	-0,93	-4,42	-8,80
			25	100	100	100	+2,57	-2,05	-6,43	-11,33	-17,35	+2,57	-2,05	-6,43	-11,33	-17,35
			100	100	100	25	+6,47	+1,89	-2,45	-7,37	-13,32	+6,02	+1,89	-2,45	-7,37	-13,32
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 10,0$	25	50	50	25	+6,08	+2,19	-0,90	-4,35	-8,67	+5,99	+2,10	-0,97	-4,43	-8,68
			25	100	100	100	+2,67	-1,82	-6,21	-11,04	-16,97	+2,73	-1,74	-6,11	-10,94	-16,86
			100	100	100	25	+5,75	+1,74	-2,51	-7,35	-13,22	+5,66	+1,65	-2,61	-7,45	-13,34

Wielkość błędów względnych przy analitycznym obliczaniu obniżenia zwierciadła wód podziemnych między dwoma współdziałającymi studniami a granicą zasilającą lub zasięgiem leja depresji

TABLE 4

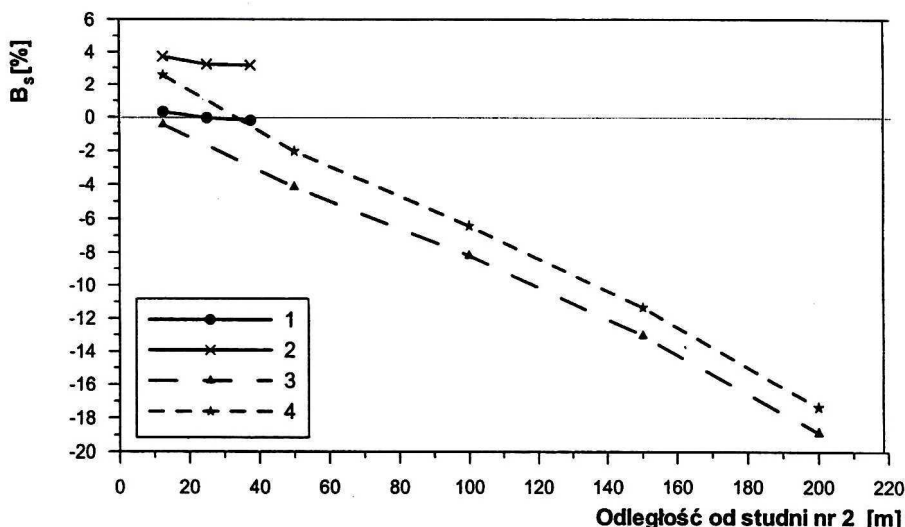
Relative errors of groundwater table depression calculations between the two interacting wells and the recharge boundary or the range of depression cone

Wa- runki fil- tracji	Wydaj- ność studni	Depresja w studni s [m]	Odległość studni nr		Błąd względny B_s [%]																	
							Przewodność warstwy wodonośnej [m ² /d]															
			1		2		50				200				50				200			
			od granic [m]				w kierunku granicy A (równoległe do B)								w kierunku przeciwnym do granicy B (równoległe do A)							
			A	B	A	B	12,5	25	37,5	87,5	12,5	25	37,5	87,5	12,5	25	87,5	12,5	25	87,5		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21		
Napo- rowe	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 2,1-3,5$	25	50	50	25	+0,50	+1,52	-0,22	—	+0,50	+1,52	-0,22	—	+0,20	+0,70	—	+0,20	+0,70	—		
			25	100	100	100	-0,28	-1,58	-1,71	—	-0,28	-1,58	-1,71	—	-1,48	-2,66	—	-1,48	-2,66	—		
			100	100	100	25	-1,29	-1,83	—	-2,94	-1,50	-2,08	—	-3,14	-1,49	-2,14	—	-1,75	-2,44	—		
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 2,5$	25	50	50	25	+0,47	+1,73	-0,11	—	+0,47	+1,73	-0,11	—	+0,15	+0,81	—	-0,09	+0,81	—		
			25	100	100	100	-1,13	-1,49	-1,44	—	-0,98	-0,33	-1,28	—	-1,49	-2,59	—	-1,41	-2,52	—		
			100	100	100	25	-1,41	-1,92	—	-2,87	-1,42	-1,92	—	-2,87	-1,65	—	-2,05	-1,65	—	-1,99		
	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 2,3-2,7$	25	50	50	25	+0,72	+1,71	+0,19	—	+0,70	+1,71	+0,19	—	+0,49	+0,98	—	+0,49	+0,98	—		
			25	100	100	100	-0,57	-0,94	-1,06	—	-0,57	-0,94	-1,06	—	-0,90	-1,85	—	-0,90	-1,85	—		
			100	100	100	25	-1,06	-1,55	—	-2,36	-1,04	-1,55	—	-2,38	-1,24	-1,75	—	-1,22	-1,74	—		
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 10,0$	25	50	50	25	+0,61	+1,84	+0,04	—	+0,86	+2,09	+0,28	—	+0,34	+1,03	—	+0,59	+1,27	—		
			25	100	100	100	-0,55	-0,87	-0,88	—	-0,81	-1,08	-0,33	—	-0,89	-1,81	—	-1,28	-2,06	—		
			100	100	100	25	-1,04	-1,52	—	-2,27	-1,34	-1,80	—	-2,57	-1,22	—	-1,47	-1,51	—	-1,57		

cd. tabeli 4

cont. table 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Swo- bodne	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 1,8-3,1$	25	50	50	25	+1,96	+2,62	+0,52	—	+1,96	+2,62	+0,52	—	+1,86	+2,15	—	+1,86	+2,15	—
			25	100	100	100	+0,32	-0,03	-0,19	—	+0,32	-0,03	-0,19	—	-0,15	1,10	—	-0,15	1,10	—
			100	100	100	25	+0,76	-0,03	-0,69	—	+0,76	-0,03	-0,69	—	+0,70	-0,12	—	+0,70	-0,12	—
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 2,5$	25	50	50	25	+1,99	+2,88	+0,71	—	+2,00	+2,93	+0,66	—	+1,99	+2,40	—	+2,00	+2,43	—
			25	100	100	100	+0,58	+0,28	+0,18	—	+0,47	+0,17	+0,19	—	+0,15	-0,87	—	+0,04	-0,89	—
			100	100	100	25	+0,55	-0,16	-0,78	—	+0,65	-0,12	-0,73	—	+0,55	—	-0,06	+0,65	—	-0,06
	$Q_1 = Q_2$	$s_1 \neq s_2$ $\approx 8,6-13,0$	25	50	50	25	+6,89	+6,18	+2,35	—	+6,89	+6,18	+2,35	—	+7,25	+6,85	—	+7,25	+6,85	—
			25	100	100	100	+3,72	+3,23	+3,17	—	+3,72	+3,23	+3,17	—	+2,94	+1,47	—	+2,94	+1,47	—
			100	100	100	25	+5,53	+3,74	-2,25	—	+5,53	+3,74	-2,25	—	+6,03	+3,79	—	+6,03	+3,79	—
	$Q_1 \neq Q_2$	$s_1 = s_2 = 10,0$	25	50	50	25	+6,40	+6,08	+2,24	—	+6,33	+6,04	+2,22	—	+6,40	+6,51	—	+6,33	+6,49	—
			25	100	100	100	+3,86	+3,42	+3,38	—	+3,94	+3,53	+3,54	—	+3,06	+1,62	—	+3,13	+1,70	—
			100	100	100	25	+5,35	+3,64	+2,23	—	+5,26	+3,54	+2,13	—	+5,35	—	+3,66	+5,26	—	+3,58



Rys. 3. Przykładowe wykresy błędów analitycznego określenia obniżenia zwierciadła wody w warstwie wodonośnej o zwierciadle swobodnym

1, 2, 3 i 4 — wykresy błędów dla obszaru między studniami a granicami zasilającą i nieprzepuszczalną (1 i 2) lub zasięgiem leja depresji (3 i 4)

Fig. 3. Examples of analytical error diagrams for depression calculations in groundwater horizon of unconfined table
1, 2, 3 and 4 — error plots for the area between the wells and the recharge or impermeable boundaries (1 and 2) or the range of depression cone (3 and 4)

litycznymi (9)—(12) maleje wraz ze wzrostem odległości od studni w kierunku zasięgu leja depresji (rys. 3). W odległości 200 m od studni (w zależności od ich lokalizacji) błędy mogą dochodzić do około -20%.

LITERATURA

- Haładus A., Kulma R., 2002 — Analiza dopływów wody do studni położonych w pobliżu prostopadłych granic zasilania. *Gosp. Sur. Min.* t. 18, z. 1.
- Haładus A., Kulma R., Frączek P., 1999 — Wykorzystanie badań modelowych do oceny błędów wyników obliczeń analitycznych infiltracyjnego ujęcia wód podziemnych. *Gosp. Sur. Min.* t. 15, z. 1.
- Haładus A., Kulma R., Rychlik P., 2000 — Dokładność prognoz hydrogeologicznych wykonywanych dla studni położonej na obszarze międzyrzeczca. *Gosp. Sur. Min.* t. 16, z. 2.
- Kulma R., 1995 — Podstawy obliczeń filtracji wód podziemnych. Wyd. AGH, Kraków.
- Turek S. (red.), 1977 — Poradnik hydrogeologa. Wyd. Geologiczne, Warszawa.

WATER INFLOWS TO THE TWO WELLS LOCATED CLOSE TO THE RECHARGE AND IMPERMEABLE BOUNDARIES**Key words**

Hydrogeology, groundwater intakes, prognostic calculations

Abstract

The selection of groundwater aquifers which meet the qualitative and quantitative standards is an alternative solution to exploitation of surface waters of usually low quality and high susceptibility to pollution. However, the localization of such aquifers in particular hydrogeological structures is sometimes impossible. The common practical solution is the construction of infiltration wells which allows the artificial recharge of water horizons and, consequently, increases the groundwater resources. Detailed hydrogeological forecast of an intake operation gains still more practical importance. Analytical methods and/or more credible mathematical modelling are common calculation procedures.

The authors evaluated the accuracy of hydrogeological forecasts for double-well infiltrational intake localized close to the recharge boundary and perpendicular impermeable boundary. The results of analytical methods and mathematical modelling were compared for intakes under the conditions of confined and unconfined water table. Totally, 48 variants were considered, differing in assumed filtration parameters of groundwater horizons as well as technical and operational conditions of the intakes. For analytical calculations of the two interacting wells the formulae developed by the authors were applied.

The accuracy of analytical calculation of intake discharge under the assumed boundary conditions is satisfactory, particularly for the confined water table (error: $\pm 1.0\%$). Under the unconfined flow conditions the maximum error rises to -6.0% . The errors for depression calculation are usually low (up to several per cent) in the immediate neighbourhood of the well but increase to about -20% towards the boundaries of depression cone.