GOSPODARKA SUROWCAMI MINERALNYMI

Tom 23 2007 Zeszyt 3

TADEUSZ FRANIK*

Próba optymalizacji nakładów czynników produkcji w górnictwie węgla kamiennego z wykorzystaniem programowania nieliniowego

Słowa kluczowe

Górnictwo, górnictwo węgla kamiennego, funkcja produkcji, czynniki produkcji, programowanie nieliniowe

Streszczenie

W prezentowanej pracy przedstawiono zagadnienie oszacowania optymalnego nakładu czynników produkcji takich jak praca i kapitał w górnictwie węgla kamiennego. Jako kryterium optymalizacji zastosowano minimalizację kosztu wytworzenia określonej produkcji. Wartość produkcji wytworzonej opisano funkcją potęgową typu Cobba-Douglasa, a koszt produkcji – funkcją liniową. Ze względu na charakter funkcji celu, do rozwiązania zagadnienia zastosowano metodę programowania nieliniowego po wprowadzeniu do funkcji nieoznaczonych mnożników Lagrange'a.

Wprowadzenie

Jednym z podstawowych dylematów podmiotów zarządzających gospodarką jest problem doboru właściwych relacji ilościowych pomiędzy czynnikami wykorzystywanymi w procesie produkcyjnym. Najważniejszymi czynnikami od których zależą efekty produkcyjne są praca ludzka i kapitał. Od wielkości nakładów tych czynników zależy wielkości produkcji, a właściwe ich wykorzystanie jest jednym z kluczowych zagadnień dotyczących poprawy efektywności gospodarowania.

---

* Dr inż., Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków.

Recenzował prof. dr hab. inż. Czesław Cyrnek

Z punktu widzenia relacji między efektami i nakładami w procesie podejmowania optymalnych decyzji kierowniczych może wystąpić jedna z dwóch następujących sytuacji:
— maksymalizacja efektów (zysków) przy określonym poziomie nakładów czynników wytwórczych,
— minimalizacja nakładów przy określonym poziomie efektów.

Równoczesna optymalizacja efektów i nakładów jest zadaniem sprzecznym.

Próba określenia właściwych relacji pomiędzy wymienionymi czynnikami produkcji dla branży górnictwa węgla kamiennego w Polsce wymaga określenia zależności funkcyjnych między łącznymi efektami i nakładami a wielkością czynników produkcji zaangażowanych w procesie wydobywczym.

W okresie reformowania górnictwa węgla kamiennego zasadniczym zmianom ulegały relacje między nakładami zaangażowanych czynników produkcji (redukcja zatrudnienia, ograniczenie inwestycji, restrukturyzacja własnościowa itp.). Znaczącemu ograniczeniu uległa wielkość wydobycia, a także – co się z tym wiąże – zredukowane zostały zdolności produkcyjne.

Zagadnienie pomiaru zależności, jakie występują pomiędzy nakładami pracy żywej i przedmiotów pracy oraz zasobami trwałych środków pracy a ilością (bądź wartością) uzyskanego produktu jest jednym z ważniejszych problemów analizy procesów wydobywczych. Możliwości takie daje funkcja produkcji, stanowiąca ekonometryczny model zależności między efektami i nakładami. W zależności od stopnia agregacji danych statystycznych użytych do aproksymacji parametrów strukturalnych funkcji produkcji, przeprowadzona na podstawie takiego modelu analiza procesu wydobywczego może dotyczyć pojedynczego zakładu górniczego, grupy kopalń lub całej branży górnictwa.

Ekonometryczna analiza funkcji produkcji, to jest określenie postaci tej funkcji na podstawie danych statystycznych, opiera się – jak to ujmuje Z. Pawłowski (1969) – na czterech zasadniczych założeniach, które można sformułować w sposób następujący:

a) badane przedsiębiorstwa nie zmieniają stosowanej technologii i techniki w sposób przypadkowy, produkując na przestrzeni dłuższych okresów czasu w oparciu o tę samą technologię;
b) w ramach określonej technologii wytwarzania stosunki ilościowe pomiędzy wielkością nakładów poszczególnych czynników a wielkością produkcji pozostają bądź niezmienne w dłuższych okresach czasu, bądź też występujące w nich zmiany mają charakter powolny, regularny i systematyczny;
c) statystyczne wyznaczenie funkcji produkcji dla przedsiębiorstwa lub grupy przedsiębiorstw (np. gałęzi przemysłu) dokonywane jest tylko wtedy, gdy stosowana jest przez badane podmioty produkcyjne ta sama technologia produkcji;
d) ekonometryczne funkcje produkcji wyrażają związki między nakładami a produkcją w normalnych warunkach produkcyjnych i przy założeniu przeciętnych zdolności organizacyjnych i kierowniczych. Funkcje te nie wyrażają zatem tych relacji, jakie można by otrzymać w warunkach idealnych.

Reforma górnictwa węglowego prowadzona jest w sposób planowy i systematyczny, a przemiany mają doprowadzić do osiągnięcia zaplanowanych celów. W procesie tym poziom wykorzystywanych czynników wytwórczych zmienia się, a ponadto różna jest produktywność czynników pracy i kapitału (Franik 2005). Ponieważ funkcja produkcji użyta do opisu procesu wydobywczego branży górnictwa węgla kamiennego jest funkcją potęgową, dla wyznaczenia docelowych relacji miedzy pracą i kapitałem można wykorzystać metody programowania krzywoliniowego.

1. Produkcja i koszt produkcji jako funkcje nakładu czynników wytwórczych

Podchodząc generalnie do zagadnienia, zasadniczym problemem zakładu górniczego jako jednostki wydobywczej jest określenie wielkości wydobycia przy wykorzystaniu określonego nakładu czynników wytwórczych z uwzględnieniem relacji między cenami tych czynników a ceną, jaką można uzyskać ze sprzedaży produkcji.

Wykorzystanie czynników produkcji w gospodarce można traktować jako problem alokacji zasobów, na który wpływ maja trzy podstawowe elementy:

— koszty użycia czynników produkcji, takich jak środki trwałe, siła robocza, kapitał i ich ceny,

— proces produkcji opisany funkcją produkcji,

— przychody ze sprzedaży wytworzonej produkcji, na które wpływa popyt na rynku oraz ceny.

Z punktu widzenia systemu ekonomicznego, rola zakładu górniczego polega na przekształceniu nabywanych czynników wytwórczych w produkt, który jest następnie sprzedawany na rynku. Przyjmując, że głównym celem przedsiębiorstwa jest maksymalizacja zysku, należy go wyznaczyć określając koszty produkcji oraz uzyskiwane przychody.

Jeżeli w procesie wydobywczym wykorzystywanych jest r czynników produkcji, to łączne koszty produkcji, w przypadku opisania ich funkcją liniową, wyniosą (Jędrzejczyk i in. 1996):

$$C(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{r} p_i x_i + K_s = p^T \mathbf{x} + K_s \tag{1}$$

gdzie:

$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_r \end{bmatrix}$ — wektor czynników produkcji,

$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_r \end{bmatrix}$ — wektor cen czynników produkcji,

K_s — wyraz wolny.

Wielkość produkcji firmy (y) jest funkcją zaangażowanych czynników produkcji, co wyraża relacja:

$$y = f(x) = F(x_1, \dots, x_r) \tag{2}$$

Przychody przedsiębiorstwa uzyskane ze sprzedaży produkcji wynoszą:

$$R(\mathbf{y}) = c^T \mathbf{y} \tag{3}$$

gdzie:

$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$ — wektor ilości wyprodukowanych wyrobów,

$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}$ — wektor cen produkowanych wyrobów.

Zysk przedsiębiorstwa jest natomiast różnicą pomiędzy przychodami a kosztami produkcji:

$$Z(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = R(\mathbf{y}) - C(\mathbf{x}) \tag{4}$$

Jeśli zatem znane są zależności funkcyjne pomiędzy przychodami i kosztami a nakładami czynników produkcji, to możliwa jest analiza ekonomicznych relacji między efektami i nakładami, przy dowolnie przyjętych kryteriach, takich jak:

— maksymalizacja zysku przy określonych kosztach produkcji,

— minimalizacja kosztów wytworzenia dla danej wielkości produkcji,

— granica opłacalności prowadzenia działalności produkcyjnej.

Maksymalizując funkcję $Z(\mathbf{x},\mathbf{y})$ można wyznaczyć wielkość wydobycia, przy której zysk jest największy lub też wielkość wydobycia jako funkcję ceny sprzedaży. Alternatywą dla kryterium maksymalizacji zysku może być kryterium minimalizacji kosztów produkcji. Wówczas w procesie optymalizacji minimalizuje się funkcję $C(\mathbf{x})$ w odniesieniu do założonego programu (wielkości) wydobycia.

2. Aproksymacja parametrów strukturalnych funkcji produkcji i funkcji kosztów produkcji

Jak już wspomniano, funkcja produkcji ujmuje zależność produkcji od nakładu czynników. Zarówno produkcję jak i nakłady czynników produkcji można ujmować ilościowo i wartościowo. Obydwa sposoby podejścia mają swych zwolenników i przeciwników. Jeśli chodzi o produkcję, to najwłaściwsze byłoby ujmowanie jej w jednostkach naturalnych, szczególnie w przypadku tak względnie jednorodnego produktu, jakim jest węgiel kamienny. Jednak w przypadku analizy całej branży, składającej się z wielu jednostek produkcyjnych, ujęcie w jednostkach naturalnych jest zwykle niemożliwe. Z konieczności zatem ujmuje się wytworzony produkt wartościowo, z tym, że dla uzyskania jednorodności i porównywalności danych źródłowych należy stosować odpowiednie korekty odzwierciedlające zmiany cen sprzedaży węgla.

Podobnie alternatywnie można ujmować nakład pracy żywej. Przy niskim stopniu agregacji danych (zakład górniczy) można go mierzyć liczbą zatrudnionych lub czasem przepracowanym. Przy wyższym stopniu agregacji danych (np. branża, gałąź przemysłu) bardziej właściwe jest ujmowanie pracy ludzkiej wartościowo. Najtrudniej ujmować ilościowo nakład kapitału. W zdecydowanej większości przypadków analizy funkcji produkcji jest to wręcz niemożliwe (bez stosowania istotnych założeń upraszczających odnoszących się do aktywów trwałych), ze względu na dużą różnorodność zaangażowanych w procesie produkcyjnym przedmiotów pracy. Dodatkową trudnością przy gromadzeniu odpowiedniego materiału statystycznego dotyczącego tej zmiennej jest określenie jej poziomu netto, to jest wartości majątku po potrąceniu faktycznego (a nie tylko księgowego) jego zużycia. Inna trudność dotycząca nakładu kapitału związana jest z brakiem informacji odnośnie do stopnia wy- korzystania trwałych składników majątkowych w procesie wydobywczym. Sam wysoki poziom trwałych składników majątkowych w przedsiębiorstwie nie musi być skorelowany z ich wysoką produktywnością.

Przy aproksymacji parametrów strukturalnych funkcji wartości produkcji i funkcji kosztów produkcji ujmowano wszystkie zmienne (zależne i niezależne) wartościowo jako dane odnoszące się do jednego roku, wyrażone w mln zł/rok. W obliczeniach posłużono się danym statystycznymi z okresu 1995–2004, czyli okresu intensywnych przemian w branży. Wartości nominalne, obliczone z użyciem cen bieżących wyrażono w wartościach realnych, przeliczając je na warunki cenowe roku bazowego, za który przyjęto rok 1995. Miarą nakładu kapitału jest łączna wartość brutto środków trwałych, natomiast nakład pracy ludzkiej określono mnożąc przeciętne roczne zatrudnienie w branży i roczne wynagrodzenie brutto. Dane te zestawiono w tabeli 1.

Wartość produkcji sprzedanej w branży opisano dwuczynnikową funkcją potęgową typu Cobba-Douglasa o następującej postaci matematycznej:

$$Y_t = \beta X_{1t}^{\alpha_1} X_{2t}^{\alpha_2} \zeta_t \tag{5}$$

gdzie:

Y_t — wartość produkcji w okresie t,
X_{1t} — nakład pracy ludzkiej w okresie t,
X_{2t} — nakład kapitału w okresie t,
β, α_1, α_2 — parametry strukturalne funkcji produkcji,
ζ_t — składnik losowy.

TABELA 1

Dane źródłowe do oszacowania parametrów strukturalnych funkcji produkcji i funkcji kosztów [mln zł]

TABLE 1

The source data to estimation of parameters of structural functions of production and function costs [million zł]

Lata	Nakład pracy	Nakład kapitału	Wartość produkcji	Koszt produkcji
1995	4 642,0	12 189,8	12 563,9	12 662,7
1996	4 926,7	24 375,7	13 253,1	13 448,2
1997	4 661,1	20 491,0	13 111,9	13 114,6
1998	4 495,1	17 082,1	10 823,1	11 344,2
1999	4 765,1	15 702,2	10 166,2	9 693,9
2000	4 030,2	13 639,9	9 652,0	8 169,6
2001	3 700,1	13 355,3	9 294,8	7 915,7
2002	3 579,2	12 851,9	8 833,7	7 621,3
2003	3 213,3	9 758,2	8 076,0	7 804,0
2004	3 411,2	10 065,9	10 803,4	7 620,6

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych statystycznych (Rocznik... 1996–2005)

Koszt produkcji w branży opisano dwuczynnikową funkcją liniową w postaci:

$$C_t = a_0 + a_1 X_{1t} + a_2 X_{2t} + \zeta_t \tag{6}$$

gdzie:

C_t — koszt produkcji w okresie t,

a_0, a_1, a_2 — parametry strukturalne funkcji kosztu produkcji.

Parametry strukturalne a_1 i a_2 są jednostkowymi kosztami (cenami) zaangażowanych czynników produkcji, według których są wynagradzane czynniki produkcji.

W wyniku aproksymacji parametrów strukturalnych badanych funkcji z zastosowaniem metod ekonometrycznych, uzyskano następujące wartości parametrów strukturalnych:

— dla funkcji produkcji:
 - $\beta = 9{,}8585$
 - $\alpha_1 = 0{,}7835$
 - $\alpha_2 = 0{,}0476$

— dla funkcji kosztu produkcji:
- $a_0 = -3147{,}37$
- $a_1 = 2{,}7327$
- $a_2 = 0{,}1182$

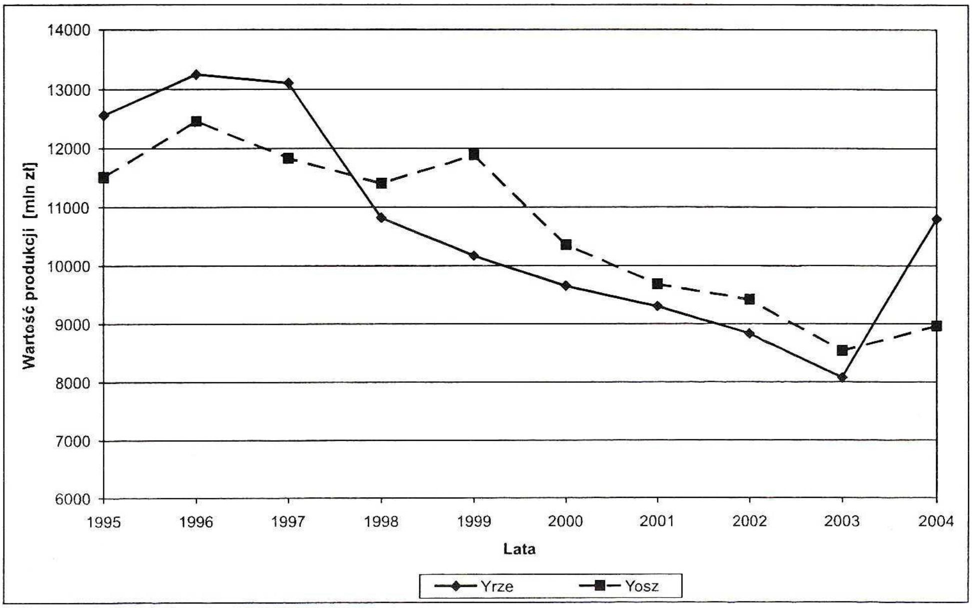
Miarą jakości dopasowania modelu ekonometrycznego do opisywanej rzeczywistości jest współczynnik zgodności. Jest on obliczany jako stosunek sumy kwadratów odchyleń wartości rzeczywistych i teoretycznych do sumy kwadratów odchyleń wartości rzeczywistych od wartości średniej badanego parametru. Jego wartość powinna się zawierać w przedziale (0, 1), a im niższa jego wartość, tym lepsza „jakość" modelu. W analizowanym przypadku wartości współczynników zgodności wynoszą:

— dla funkcji produkcji: 0,3814,

— dla funkcji kosztu produkcji: 0,2167.

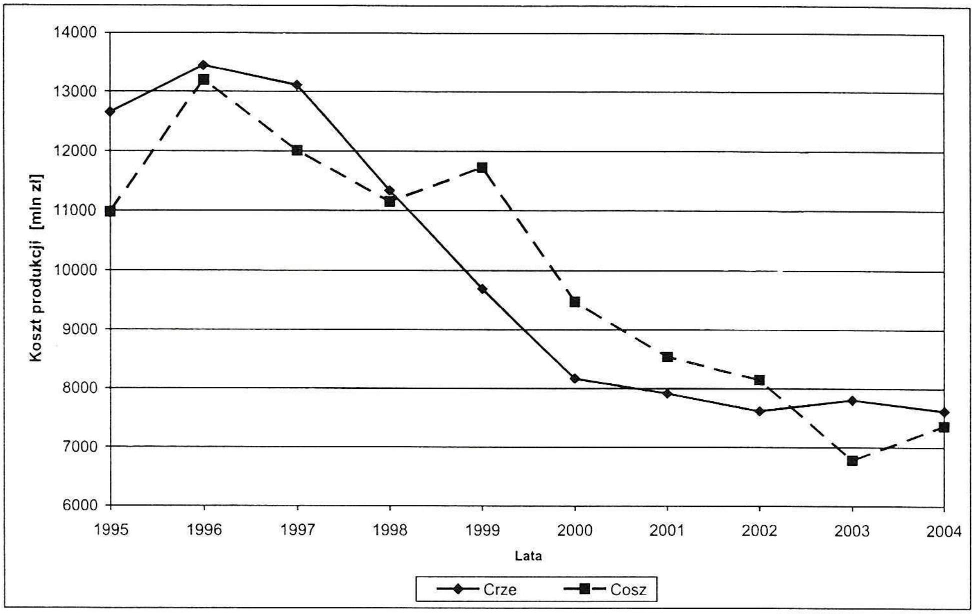
Należy uznać, że poziom współczynników zgodności jest zadowalający i aproksymowane modele ekonometryczne opisywanych zjawisk gospodarczych mogą służyć do prowadzenia analizy tych procesów.

Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się wartości produkcji branży górnictwa węgla kamiennego – rzeczywistych i oszacowanych na podstawie aproksymowanej funkcji produkcji, natomiast na rysunku 2 kształtowanie się kosztów produkcji – odpowiednio rzeczywistych i teoretycznych, obliczonych z wykorzystaniem aproksymowanej funkcji kosztów dla branży węgla kamiennego.



Rys. 1. Rzeczywista i oszacowana na podstawie modelu teoretycznego wartość produkcji (poziom cen z roku 1995)

Fig. 1. Real and estimated on basis of theoretical model value of production (level of prices with year 1995)



Rys. 2. Rzeczywisty i oszacowany na podstawie modelu teoretycznego koszt produkcji (poziom cen z roku 1995)

Fig. 2. Real and estimated on basis of theoretical model cost of production (level of prices with year 1995)

Przedstawione wykresy obrazują spadkowy trend kształtowania się w czasie badanych wielkości ekonomicznych w okresie reformy górnictwa węglowego.

3. Optymalizacja struktury nakładów czynników produkcji w branży górnictwa węgla kamiennego

Zagadnienie wyznaczenia optymalnej wielkości nakładów poszczególnych czynników produkcji można sprowadzić do problemu określenia minimalnej wartości funkcji kosztu produkcji $C(X_1, X_2)$ przy uwzględnieniu warunku ograniczającego opisanego funkcją produkcji. W ten sposób możemy minimalizować koszty przy określonej, czyli stałej wartości produkcji. Ze względu na fakt, że podstawowy warunek ograniczający jest funkcją potęgową, tak sformułowany problem decyzyjny można zapisać jako program nieliniowy i rozwiązać go za pomocą metody nieoznaczonych mnożników Lagrange'a.

W metodzie tej, jeśli funkcja celu $f(x)$ posiada ekstremum bezwarunkowe, które nie spełnia warunków ograniczających, to funkcję celu przekształca się w funkcję Lagrange'a:

$$L(\mathbf{x},\lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{r} \lambda_i g_i(\mathbf{x}) \tag{7}$$

gdzie λ_i to nieoznaczone mnożniki Lagrange'a, natomiast $g_i(\mathbf{x})$ to funkcje wektora $\mathbf{x}$, stanowiące warunki ograniczające w modelu matematycznym zadania decyzyjnego. Funkcje te mogą być w postaci liniowej lub nieliniowej, przy czym zarówno w odniesieniu do funkcji celu jak i warunków ograniczających zakłada się, że są ciągłe.

Tym sposobem zastępuje się szukanie ekstremum warunkowego funkcji celu szukaniem ekstremum bezwarunkowego funkcji Lagrange'a. Aby określić optymalne wartości zmiennych decyzyjnych, oblicza się pochodne cząstkowe funkcji Lagrange'a względem zmiennych decyzyjnych oraz względem mnożników Lagrange'a, a następnie przyrównuje się te pochodne do zera.

W analizowanym tu przypadku problem sprowadza się do wyznaczenia optymalnych wartości zmiennych X_1* oraz X_2*, minimalizujących funkcję celu w postaci:

$$\min C(X_1, X_2) = \min(-3147{,}37 + 2{,}7327\,X_1 + 0{,}1182\,X_2) = C(X_1^*, X_2^*) \tag{8}$$

przy uwzględnieniu warunku ograniczającego w postaci:

$$Y_0 = 9{,}8585\,X_1^{0,7835}\,X_2^{0,0476} \tag{9}$$

gdzie:

Y_0 — stała wartość produkcji.

Model matematyczny zagadnienia uzupełniają ponadto warunki brzegowe dotyczące nieujemności zmiennych decyzyjnych.

Funkcja celu przekształcona w funkcję Lagrange'a ma postać:

$$L = -3147{,}37 + 2{,}7327\,X_1 + 0{,}1182\,X_2 + \tag{10}$$

$$+\,\lambda(10\,800 - 9{,}8585 X_1^{0,7835}\,X_2^{0,0476}) \rightarrow \min$$

Tym sposobem poszukiwanie ekstremum bezwarunkowego funkcji kosztu produkcji zastępuje się poszukiwaniem ekstremum warunkowego funkcji Lagrange'a.

Jeśli założymy stałą wielkość produkcji na obecnym poziomie wynoszącą około 10 800 mln zł (w cenach roku bazowego), to możemy określić optymalne nakłady czynników produkcji w tych warunkach.

Obliczamy pochodne cząstkowe funkcji Lagrange'a względem zmiennych decyzyjnych i mnożnika Lagrange'a oraz przyrównujemy je do zera:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 2{,}73 - \lambda\,7{,}69 X_1^{-0,22}\,X_2^{0,05} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 0,12 - \lambda\, 0,49 X_1^{0,78} X_2^{-0,95} = 0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 10\,800 - 9,86 X_1^{0,78} X_2^{0,05} = 0 \tag{13}$$

Warunkiem wystarczającym na istnienie minimum analizowanej funkcji jest to, aby wyznacznik macierzy utworzonej z pochodnych cząstkowych drugiego rzędu funkcji celu był dodatni oraz aby dodatnie były równocześnie wartości wszystkich minorów głównych tej macierzy.

Powyższy układ równań najlepiej rozwiązać eliminując mnożniki λ z wzorów (11) i (12), czyli obliczając:

$$\lambda = \frac{0,355}{X_1^{-0,22} X_2^{0,05}} \tag{14}$$

$$\lambda = \frac{0,204}{X_1^{0,78} X_2^{-0,95}} \tag{15}$$

Po porównaniu tych wzorów w konsekwencji uzyskuj się:

$$X_1 = 0,575\, X_2 \tag{16}$$

Zależność ta określa optymalne relacje pomiędzy nakładem pracy ludzkiej i nakładem kapitału (w naszym przypadku – wartością brutto środków trwałych), umożliwiające uzyskanie produkcji o założonej wartości.

Z równania (13) możemy wyznaczyć X_1, które wynosi:

$$X_1 = \sqrt[0,78]{\frac{1095,33}{X_2^{0,05}}} \tag{17}$$

Co po podstawieniu do wzoru (16) pozwala wyznaczyć optymalne wartości zmiennych decyzyjnych:

— X_1^* = 4442,56 mln zł,

— X_2^* = 7726,20 mln zł.

Odpowiadający optymalnym wartościom zmiennych decyzyjnych koszt roczny wynosi 9906 mln zł (wszystkie powyższe wartości odnoszą się do poziomu cen roku bazowego, czyli roku 1995).

Oznacza to równocześnie, że optymalna struktura nakładów rozpatrywanych czynników produkcji powinna dla górnictwa węglowego wynosić:

$$\frac{X_1 *}{X_2 *} = \frac{4442{,}56}{7726{,}20} = \frac{1}{1{,}74} \tag{18}$$

Stosunek nakładu kapitału do nakładu pracy ludzkiej, czyli techniczne uzbrojenie pracy (współczynnik kapitałochłonności pracy) wynosi więc w tym przypadku 1,74 zł/zł, podczas gdy w rzeczywistości w badanym okresie wynosił od 2,62 zł/zł do 4,95 zł/zł, a w całym okresie średnio 3,61 zł/zł.

Wskaźnik technicznego uzbrojenia pracy można wyliczyć z zależności:

$$u = m \cdot w \tag{19}$$

gdzie:

u — techniczne uzbrojenie pracy,
m — kapitałochłonność,
w — wydajność.

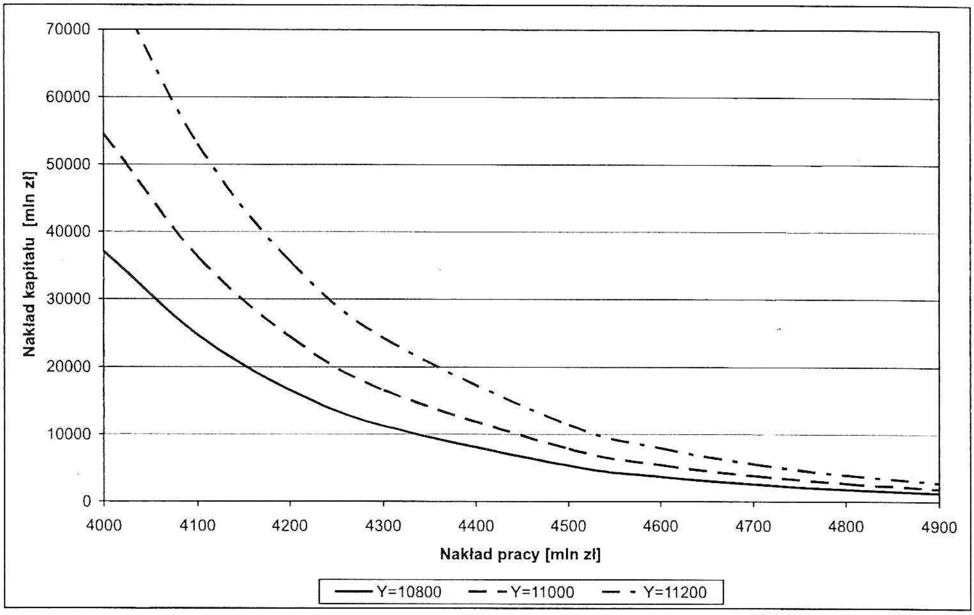
Jeśli przyjmiemy, że współczynnik kapitałochłonności jest stały (w rzeczywistości zmienia się on nieznacznie), to można stwierdzić, że wydajność pracy jest liniową funkcją technicznego uzbrojenia pracy, czyli wzrost wydajności można uzyskać tylko w wyniku wzrostu wskaźnika technicznego uzbrojenia pracy. Przy stałym zatrudnieniu i stałym nakładzie pracy wymaga to poniesienia nakładów inwestycyjnych w takim samym stopniu, jakiego wymagamy w stosunku do wzrostu wydajności. Tak więc, jeśli na przykład postulujemy wzrost wydajności o 10%, to przy optymalnej strukturze nakładu pracy i kapitału wymaga to zwiększenia kapitału o 10%, czyli zainwestowania 772,6 mln zł.

Przyjmuje się, że w procesie produkcyjnym zawsze występuje w pewnym zakresie możliwość wymiany jednego czynnika produkcji na drugi, zachowując stały poziom produkcji. Teoretyczne możliwości substytucji jednego czynnika drugim można wyznaczyć z funkcji produkcji, przekształcając ją do takiej postaci, gdy jeden z czynników produkcji jest funkcją drugiego (przy stałym poziomie wartości produkcji Y_0). Graficznie funkcja taka przedstawia tzw. krzywą wyrównanej produkcji (izokwantę). Poruszając się wzdłuż krzywej wyrównanej produkcji można określić, jaką ilość jednego czynnika produkcji można zastąpić drugim czynnikiem bez zmiany poziomu produkcji.

Równanie izokwanty dla funkcji produkcji typu Comba-Douglasa na postać:

$$X_2 = f(X_1) = \left(\frac{Y_0}{\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha_2}} X_1^{-\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \tag{20}$$

Na rysunku 3 przedstawiono przykładowo rodzinę krzywych wyrównanej produkcji dla produkcji o wartości odpowiednio: 10 800, 11 000 i 11 200 mln zł. Krzywe określono na podstawie funkcji o oszacowanych parametrach strukturalnych.



Rys. 3. Teoretyczna zależność nakładu kapitału od nakładu pracy przy założeniu stałej wartości produkcji

Fig. 3. The theoretical dependence of expenditure of capital from expenditure of work with assumption of constant value of production

Produktywność badanych czynników produkcji, rozumiana jako stosunek wartości produkcji do nakładów danego czynnika w badanym okresie, kształtowała się następująco:

— produktywność pracy ludzkiej – od 2,13 do 3,16 – średnio w całym okresie 2,57 zł/zł,

— produktywność kapitału – od 0,54 do 1,07 – średnio 0,71 zł/zł.

W przypadku optymalnej struktury nakładów czynników produkcji odpowiednie wskaźniki produktywności wynoszą:

— produktywność pracy ludzkiej – około 2,43 zł/zł,

— produktywność kapitału – około 1,40 zł/zł.

Jak z tego wynika, rzeczywista produktywność pracy ludzkiej (średnia w badanym okresie) jest zbliżona do wartości teoretycznej, natomiast teoretyczna produktywność kapitału (tzn. wartości brutto środków trwałych), jest znacznie wyższa od odpowiednich wartości faktycznie występujących w przemyśle węglowym.

Podsumowanie

Przekształcenia gospodarcze prowadzone w naszym kraju mają fundamentalne znaczenie dla poprawy efektywności gospodarowania. Szczególne znaczenie w tym procesie ma reformowanie górnictwa węglowego, ze względu na dotychczasową rolę tego przemysłu w gospodarce kraju oraz głębokość i zakres dokonywanych przemian. Poprawa efektywności zawsze wiąże się z lepszym wykorzystanie czynników wytwórczych. W dotychczasowej praktyce zakładów górniczych nie zawsze wykorzystuje się w dostatecznej mierze metod analizy danych informujących o wykorzystaniu czynników produkcji. W praktycznej ocenie efektywności czynników produkcji na szczeblu poszczególnych podmiotów gospodarczych dominują bowiem w przeważającej mierze sposoby podejścia intuicyjnego, nie zawsze znajdujące uzasadnienie naukowe.

Jakkolwiek ocena produktywności czynników wytwórczych ma indywidualny charakter, to jednak analiza tego zjawiska w skali całej reformowanej branży może wskazywać na istotne tendencja w zakresie wykorzystania tych czynników. Takie ujęcie analizy ekonomicznej znajduje swoje uzasadnienie w tym, że w miarę przechodzenia z rozwoju ilościowego do rozwoju jakościowego oraz w sytuacji ograniczania wolnych sił wytwórczych, wzrasta stopień kapitałochłonności produkcji, co równocześnie może powodować obniżenie produktywności majątku trwałego, przy równoczesnym zmniejszeniu nakładów pracy żywej i uprzedmiotowionej przypadającej na jednostkę produkcji zakładu górniczego.

W warunkach restrukturyzacji górnictwa powinno się w szerszym stopniu wykorzystywać analizę ekonomiczną w zakresie pogłębienia metod badania wykorzystania czynników produkcji w powiązaniu z analizą wyników produkcyjnych i finansowych. Może się to w znacznym stopniu przyczynić do poprawy wykorzystania rezerw tkwiących w aktywach zakładów górniczych, a szczególnie w zakresie takich czynników wytwórczych, jak produkcyjne środki trwałe.

Metody stosowane w ramach badań operacyjnych, w tym programowanie nieliniowe może stanowić przydatne narzędzie w podejmowaniu racjonalnych decyzji w zakresie zarządzania czynnikami produkcji, określenia optymalnej ich struktury oraz możliwości ich wzajemnej substytucji.

Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2006–2009 jako projekt badawczy Nr 4 T12A 064 30

LITERATURA

Borkowski B., Dudek H., Szczęsny M., 2003 – Ekonometria. Wybrane zagadnienia. PWN, Warszawa.

Chmiel J., 1983 – Analiza procesów produkcyjnych za pomocą funkcji produkcji typu Cobba-Douglasa. PWN, Warszawa.

Franik T., 2007 – Analiza produktywności branży górnictwa węgla kamiennego w Polsce z wykorzystaniem funkcji produkcji. Wyd. IGSMiE PAN, Gosp. Sur. Miner. t. 23, z. 1.

Franik T., 2005 – Produktywność górnictwa węgla kamiennego w okresie reformowania na tle przemian w sekcji górnictwo i kopalnictwo. Wyd. IGSMiE PAN, Gosp. Sur. Miner. t. 21, z. 3.
Goryl A., Jędrzejczak Z., Kukuła K., Osiewalski J., Walkosz A., 1996 – Wprowadzenie do ekonometrii w przykładach i zadaniach. PWN, Warszawa.
Jędrzejczyk Z., Kukuła K., Skrzypek J., Walkosz A., 1996 – Badania operacyjne w przykładach i zadaniach. PWN, Warszawa.
Polska 2004. Raport o stanie przemysłu. Ministerstwo Gospodarki i Pracy, Warszawa 2004.
Rocznik statystyczny przemysłu, 1995–2006. Główny Urząd Statystyczny, Warszawa.
Schenck G.H.K., 1985 – Methods of investment analysis for the minerals industries. SME, New York.
Stremole F.J., 1980 – Economic evaluation and investment decision methods. Investment Evaluations Corporation, Golden.

TADEUSZ FRANIK

THE ATTEMPT OF OPTIMIZATION OF EXPENDITURES FACTORS PRODUCTION IN MINING OF HARD COAL FROM TO USE THE NON – LINEAR PROGRAMMING

Key words

Mining industry in Poland, mining of the hard coal, function of production, factors of production, non-linear programming

Abstract

In article the problem of estimation of optimum expenditure of factors of productions such work and capital in mining of hard coal was presented. As criterion of optimization was applied the minimization of cost of producing. The value of production was circumscribed the exponential function of Cobb-Douglas type, and the cost of production – the linear function. Regard on character of function of aim, to solution of question was applied non – linear programming method after introduction to function of indeterminated Lagrange factors.