GOSPODARKA SUROWCAMI MINERALNYMI

Tom 20 2004 Zeszyt 3

MARIAN BROŻEK*, ANNA TURNO**

Wpływ własności geometrycznych ziarn na dokładność rozdziału w cieczach ciężkich zawiesinowych

Słowa kluczowe

Wzbogacanie grawitacyjne, ciecze zawiesinowe, rozproszenie prawdopodobne, współczynniki kształtu

Streszczenie

Każdy rzeczywisty proces rozdziału w skali przemysłowej zachodzi w warunkach ruchu turbulentnego. Z tego względu poszczególne produkty rozdziału zawierają ziarna o własnościach spoza przedziału własności charakterystycznych dla tego produktu. Ilościowo efekt ten ujmuje funkcja rozdziału, która w przypadku wzbogacania grawitacyjnego określa ułamek frakcji o gęstości ρ trafiającej do jednego z produktów rozdziału, w odniesieniu do ilości tej frakcji w nadawie. Dokładność rozdziału jest w praktyce przemysłowej mierzona rozproszeniem prawdopodobnym lub imperfekcją. W warunkach ruchu turbulentnego wartość rozproszenia prawdopodobnego jest uwarunkowana przez czynniki związane z własnościami geometrycznymi ziarn nadawy, charakterystyką urządzenia oraz parametrem technologicznym procesu. Zmiennymi charakteryzującymi własności geometryczne ziarna są średnica sitowa ziarna oraz jego kształt.

W pracy przedstawiono wyniki badań nad wpływem własności geometrycznych ziarn, takich jak wielkość oraz kształt ziarna, na dokładność rozdziału w cieczach zawiesinowych charakteryzowaną przez rozproszenie prawdopodobne.

Wprowadzenie

Wzbogacanie w cieczy ciężkiej zawiesinowej zachodzi w warunkach turbulentnych. Chcąc zapewnić stałą gęstość cieczy w całej objętości komory roboczej wzbogacalnika

* Dr hab., prof. AGH, ** Dr, Zakład Przeróbki Kopalin, Ochrony Środowiska i Utylizacji Odpadów AGH, Kraków.

Recenzował dr hab., prof. AGH Tadeusz Tumidajski

należy utrzymywać ośrodek w ciągłym ruchu przeciwdziałającym sedymentacji obciążnika. Taki reżim rozdziału prowadzi do zjawiska rozproszenia ziaren i zanieczyszczenia produktów rozdziału obcymi ziarnami. W związku z tym proces rozdziału podlega prawom rachunku prawdopodobieństwa. Statystyczny charakter procesu rozdziału liczbowo ujmuje funkcja rozdziału $T(\rho)$ oraz jej graficzny obraz — krzywa rozdziału (Trompa), określająca prawdopodobieństwo trafienia ziarna o określonej gęstości ρ do danego produktu rozdziału.

Zastosowanie krzywych rozdziału do analizy wyników wzbogacania stało się powszechną metodą oceny dokładności rozdziału, a parametry wyliczone z krzywej rozdziału (rozproszenie prawdopodobne, gęstość rozdziału, imperfekcja) stanowią wskaźniki jakości urządzeń rozdzielczych. Z doświadczenia wiadomo, że dokładność rozdziału mierzona rozproszeniem prawdopodobnym lub imperfekcją jest zależna od wielu czynników, a mianowicie od własności geometrycznych ziarn nadawy, charakterystyki urządzenia oraz parametrów technologicznych procesu.

1. Własności geometryczne ziarn

Własności geometryczne ziarn można wyrazić za pomocą ich wymiaru liniowego i kształtu. Wielkość ziarna mineralnego oznaczana symbolem d przyjęta jest jako miara pewnej wielkości liniowej związanej z geometrycznym obrazem ziarna i charakteryzującej jego rozmiary. W artykule jako wielkość ziarna przyjęto **wielkość sitową ziarna**, która jest długością boku otworu kwadratowego sita, przez które dane ziarno nie przechodzi, ale przechodzi (co najmniej w jednym położeniu) przez otwór nieznacznie większy od rozpatrywanego. Natomiast kształt ziarna jest cechą charakteryzującą konfigurację przestrzenną ziarna. Kształt ziarna można wyznaczyć wieloma sposobami, lecz najdokładniejszy opis kształtu uzyskuje się za pomocą współczynników kształtu (Sztaba 1964). Współczynniki kształtu można wyznaczać dwoma sposobami (Koch, Noworyta 1998):

— metodą bezpośrednich pomiarów rozmiarów ziarna (szerokości i grubości),

— pośrednio, przez porównywanie wyników doświadczeń uzyskanych dla rozpatrywanych ziaren z danymi otrzymanymi dla ziaren kulistych.

Istnieje wiele zdefiniowanych współczynników opisujących kształt ziaren. Poniżej zostanie omówionych kilka z nich.

— **Współczynnik kształtu** W_k zdefiniowany jako (Budryk, Stępiński 1954):

$$W_k = \frac{b}{h} \tag{1}$$

gdzie:

b — szerokość ziarna [cm],

h — grubość ziarna [cm].

— **Sferyczność ziarna** Φ zaproponowana przez Wadella (Andrejew i in. 1959):

$$\Phi = \frac{s}{S} \tag{2}$$

gdzie:

s — powierzchnia kuli o tej samej objętości co ziarno [cm^2],

S — powierzchnia ziarna [cm^2].

Jest to wartość zawsze mniejsza od jedności, ponieważ kula zajmuje najmniejszą powierzchnię ze wszystkich brył. Sferyczność typowych brył wynosi: walec ($h = d$) — 0,874; regularny ośmiościan — 0,846; walec ($h = 2d$) — 0,832; sześcian — 0,806; czworościan foremny — 0,670; walec ($h = 10d$) — 0,579; tarcza okrągła — 0,471 (Koch, Noworyta 1998). Wartości sferyczności dla innych kształtów można znaleźć w wielu innych opracowaniach (Ferrara i Bevilacqua 2000; Ganser 1993, Beddow i in. 1986).

— **Czynnik kształtu** φ, będący odwrotnością sferyczności (Koch, Noworyta 1998):

$$\varphi = \frac{1}{\Phi} \geq 1 \tag{3}$$

Dla pyłu węglowego wartości tego czynnika są następujące: pył węglowy — 1,75; pył węglowy naturalny — 2,12; pył węglowy blaszkowaty < 1μm — 10—100.

— **Cyrkularność (kolistość)** C ziarna (Sztaba 1964):

$$C = \frac{c'}{c} \tag{4}$$

gdzie:

c — obwód rzutu ziarna [cm],

c' — obwód koła o tej samej powierzchni co rzut ziarna [cm].

— **Objętościowy współczynnik kształtu** K_1:

$$K_1 = \frac{\pi}{6} k_1 = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{V_z}{V_k} \tag{5}$$

gdzie:

k_1 — objętościowy współczynnik kształtu ziarna równy stosunkowi objętości ziarna V_z do objętości kuli V_k o średnicy sitowej d.

— **Newtonowski (dynamiczny) współczynnik kształtu** K_2 (Ganser 2000; Thompson, Clark 1991):

$$K_2 = \frac{\psi_z}{\psi_k} \tag{6}$$

gdzie:

ψ_z — współczynnik oporu ruchu ziarna jest to wielkość mierzona z badań prędkości opadania ziarna.

ψ_k — współczynnik oporu ruchu kuli o średnicy równej średnicy sitowej ziarna. ψ_k dla przedziału liczb Reynoldsa, w którym stosuje się wzór Newtona-Rittingera jest stały i równa się 2/3.

Współczynnik ten można zapisać w postaci zależności od współczynnika sferyczności w następujący sposób:

$$K_2 = 10^{1,8148(-\log\phi)^{0,5743}} \tag{7}$$

Inne sposoby opisywania kształtu ziaren można znaleźć w pracach J. Tsubaki (Tsubaki i Jimbo 1979) i S.T. Fonga (Fong i in. 1979).

2. Funkcja rozdziału i rozproszenie prawdopodobne

Wpływ własności geometrycznych na proces rozdziału przedstawia zależność (8) będąca analityczną postacią funkcji rozdziału dla wzbogacania w cieczy zawiesinowej:

$$T(\rho) = \frac{1}{1+\exp\left[-\dfrac{K_1(\rho-\rho_0)gd}{K_2(\rho_c v_c^2 + c\bar{\rho}v_p^2)h}\right]} \tag{8}$$

gdzie:

ρ_c — gęstość cieczy będąca gęstością rozdziału,

K_1 — objętościowy współczynnik kształtu,

K_2 — dynamiczny współczynnik kształtu,

d — średnica sitowa ziarna,

v_c^2 — prędkość średnia kwadratowa turbulentnego ruchu cieczy,

c — koncentracja objętościowa ziarn w komorze roboczej wzbogacalnika,

ρ — gęstość ziarna,

$\bar{\rho}$ — średnia gęstość ziarn nadawy,

v_p — prędkość ziarna między zderzeniami,

h — wysokość komory roboczej wzbogacalnika.

Miarą dokładności rozdziału jest rozproszenie prawdopodobne, które wyraża się zależnością:

$$E_p = \frac{\rho(T=75)+\rho(T=25)}{2} \tag{9}$$

gdzie $\rho(T=75)$ i $\rho(T=25)$ stanowią odczytane z krzywej rozdziału gęstości przy wartościach rzędnej T (liczbach rozdziału) 75% i 25%.

Po wyliczeniu gęstości z wyrażenia (8), rozproszenie prawdopodobne jest równe:

$$E_p = \frac{K_2 \rho_c v_c^2 \ln 3}{K_1 g d} + \frac{K_2 \bar{\rho} v_p^2 \ln 3}{K_1 g d} c \tag{10}$$

Wyrażenie to uzależnia rozproszenie prawdopodobne od własności geometrycznych ziarn wyrażonych przez współczynniki kształtu K_1, K_2 oraz wielkości ziarna d, koncentracji objętościowej ziaren w komorze wzbogacalnika c, prędkości średniej kwadratowej turbulentnego ruchu cieczy v_c^2 oraz gęstości cieczy, która dla ziaren dużych jest gęstością rozdziału.

Za zjawisko rozproszenia ziarn są odpowiedzialne turbulencje wywołane ciągłym ruchem cieczy w komorze roboczej wzbogacalnika. Wartość rozproszenia prawdopodobnego generowanego przez ruch turbulentny można uzyskać z wyrażenia (10). Jeżeli założy się, że nadawę stanowią ziarna kuliste o jednakowej średnicy, czyli d = const. oraz $K_1 = K_2 = 1$, to wpływ czynnika geometrycznego będzie stały. Jeżeli ponadto koncentracja ziaren w komorze wzbogacalnika będzie mała, wówczas wpływ oddziaływań między ziarnami będzie pomijalnie mały. W takiej sytuacji rozproszenie prawdopodobne na podstawie wzoru (10) jest równe:

$$E_{po} = \lim_{c \to 0} E_p = \frac{v_c^2 \rho_c \ln 3}{g d} \tag{11}$$

Wartość prędkości średniej kwadratowej jest zależna od typu wzbogacalnika zawiesinowego. Zatem przy ustalonej gęstości rozdziału (ρ_c = const.) wartość rozproszenia prawdopodobnego E_{po} jest zależna wyłącznie od rodzaju wzbogacalnika.

Jeżeli ziarna nadawy mają kształt nieregularny, wtedy $K_1 \neq 1$ oraz $K_2 \neq 1$. W takim przypadku rozproszenie prawdopodobne, przy małej koncentracji ziaren w komorze roboczej wzbogacalnika jest równe:

$$E_{p1} = \lim_{c \to 0} E_p = \frac{K_2 v_c^2 \rho_c \ln 3}{K_1 g d} = \frac{K_2}{K_1} E_{po} \tag{12}$$

Rozproszenie prawdopodobne jest wiec skorygowane o wpływ kształtu geometrycznego ziaren nadawy. Dla wąskiej klasy ziarnowej współczynniki kształtu K_1 i K_2 są najczęściej zmiennymi losowymi o określonym kształcie rozkładu. Jeżeli nadawa do wzbogacalnika ma określony rozkład wielkości ziaren, wówczas rozkłady zmiennych losowych K_1 i K_2 są rozkładami złożonymi, a rozproszenie prawdopodobne E_{p1} jest zmienną losową będącą funkcją trzech zmiennych losowych: K_1, K_2 oraz D (wielkości sitowej ziarna).

Średnią wartość E_{p1} można wyznaczyć eksperymentalnie zdejmując zależność $E_p(c)$, która dla badanego wzbogacalnika jest następująca (Turno 2004):

$$E_p(c) = 26{,}27 + 8{,}67c \text{ [kg/m}^3\text{]} \tag{13}$$

gdzie

$$a = \frac{K_2 v_c^2 \rho_c \ln 3}{K_1 g d} = 26{,}27 \text{ kg/m}^3$$

$$b = \frac{K_2 v_p^2 \bar{\rho} \ln 3}{K_1 g d} = 8{,}67 \text{ kg/m}^3$$

a następnie ekstrapolując tę zależność dla $c = 0$. W wartości E_{p1} mieści się łączny wpływ zmiennych geometrycznych oraz prędkości średniej kwadratowej.

Dzieląc E_{p1} przez E_p otrzymuje się ułamkowy udział prędkości średniej kwadratowej oraz własności geometrycznych ziaren w rozproszeniu prawdopodobnym:

$$\frac{E_{p1}}{E_p} = \frac{\rho_c}{\rho_c + \bar{\rho}c} \tag{14}$$

Z wyrażenia (14) widać, że składnik rozproszenia prawdopodobnego pochodzący od ruchu turbulentnego i własności geometrycznych ziarn jest proporcjonalny do gęstości rozdziału. Nie zależy on natomiast od wydajności oraz składu densymetrycznego nadawy, mającego wpływ na wartość średniej gęstości ziaren $\bar{\rho}$.

3. Badania eksperymentalne

Eksperyment przeprowadzono w zakładzie przeróbki jednej z polskich kopalń węgla na wzbogacalniku dwuproduktowym DISA. Proces rozdziału prowadzony był przy gęstości rozdziału ρ_r = 1,58 Mg/m^3. Do analizy, po ustabilizowaniu procesu rozdziału, pobrano próbki nadawy węgla oraz produktów rozdziału dla trzech różnych natężeń podawania nadawy: W_1 = 26,9 kg/s, W_2 = 32,5 kg/s oraz W_3 = 49,0 kg/s. Próbki te poddano analizie

sitowej oraz analizie densymetrycznej, a także dla ziaren nadawy wyznaczono współczynniki kształtu. Na podstawie wyników analizy densymetrycznej wyliczono współrzędne krzywych rozdziału, a z nich rozproszenie prawdopodobne.

Objętościowy współczynnik kształtu ziarna K_1 wyznaczono w oparciu o metodę wolumometryczną, polegającą na porównaniu objętości ziarna do objętości cieczy wypartej z naczynia. Analizę rozpoczęto od pomiaru masy m_z ziarn nadawy. Następnie dokonano 3-krotnego pomiaru masy wody m_w wypieranej przez poszczególne ziarna z naczynia z przelewem. Objętość wypartej wody została wyliczona — przy uwzględnieniu, że gęstość wody w temperaturze 293K wynosi 0,9982 Mg/m^3 — z zależności:

$$V_w = \frac{\overline{m_w}}{0{,}9982} \tag{15}$$

gdzie:

$\overline{m_w}$ — masa wody będąca wartością średnią z 3 pomiarów.

Następnie objętość ziarn przyrównano do objętości wypieranej przez nie wody. Objętościowy współczynnik kształtu K_1 wyznaczono w oparciu o zależność:

$$K_1 = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{V_z}{V_k} \tag{16}$$

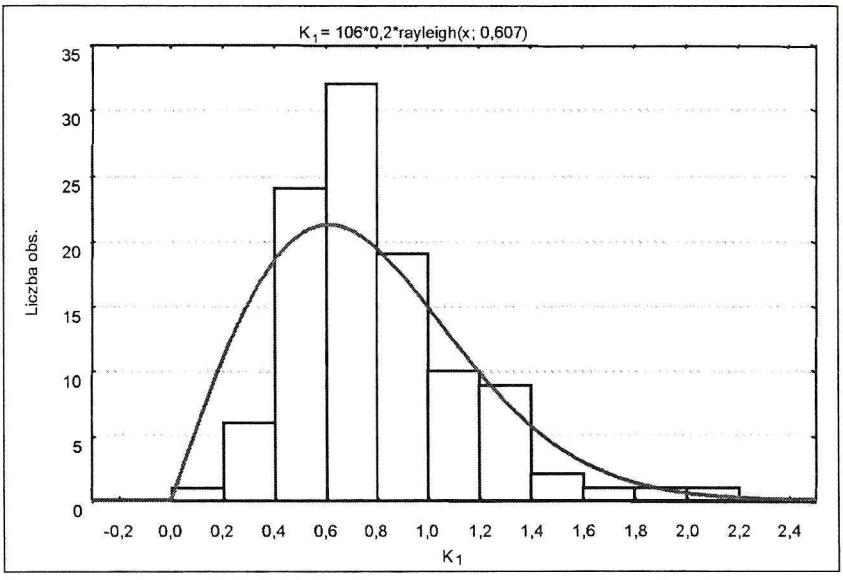
Celem określenia dynamicznego współczynnika kształtu K_2 aparatem cyfrowym wykonano zdjęcia ziarn w położeniu najbardziej stabilnym. Następnie za pomocą specjalnego programu komputerowego wyliczono współczynniki sferyczności ϕ oraz średnice Fereta d_{stF} poszczególnych ziarn. Dynamiczny współczynnik kształtu K_2 wyznaczono w oparciu o zależność:

$$K_2 = 10^{1{,}8148(-\log\phi)^{0{,}5743}} \tag{17}$$

4. Opracowanie wyników

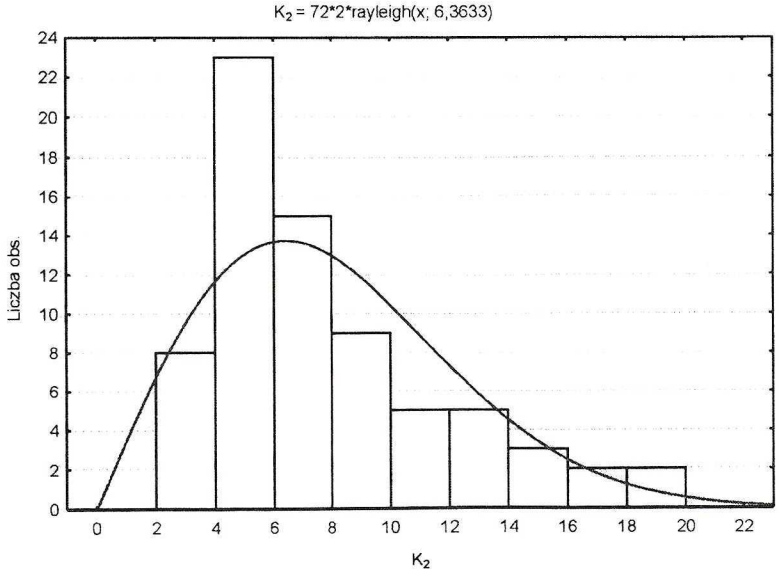
4.1. Rozkład współczynników kształtu

Aby wyznaczyć funkcję rozkładu zmiennych losowych K_1 i K_2 sporządzono histogramy przedstawione na rysunkach 1 i 2. Ponieważ histogramy mają wyraźny kształt rozkładów gamma, dokonano prób dopasowania danych rozkładem Rayleigha i Weibulla. Analiza otrzymanych wyników pokazała, że dane empiryczne najlepiej dopasowywał rozkład Rayleigha.



Rys. 1. Histogram rozkładu współczynnika kształtu K_1

Rys. 1. Histogram of shape factor K_1 distribution



Rys. 2. Histogram rozkładu współczynnika kształtu K_2

Fig. 2. Histogram of shape factor K_2 distribution

Dystrybuanty rozkładów poszczególnych współczynników kształtu są następujące:
— objętościowy współczynnik kształtu K_1:

$$F(K_1) = 1 - \exp(-1{,}357K_1^2) \tag{18}$$

— dynamiczny współczynnik kształtu K_2:

$$F(K_2) = 1 - \exp(-0{,}012K_2^2) \tag{19}$$

Zgodność rozkładu modelowego z rozkładem empirycznym oceniano za pomocą testu zgodności Kołmogorowa, opartego na statystyce λ. W teście tym analizuje się bezwzględne wartości różnic między dystrybuantą empiryczną a dystrybuantą hipotetyczną. Największa różnica D służy do budowy statystyki λ. Wartość D można wyliczyć z zależności (Greń 1968):

$$D = \sup_x |F_n(x) - F(x)| \tag{20}$$

gdzie:
$F_n(x)$ — dystrybuanta empiryczna zmiennej x,
$F(x)$ — dystrybuanta hipotetyczna zmiennej x,

natomiast wartość statystyki λ wyraża się wzorem:

$$\lambda = D\sqrt{n} \tag{21}$$

gdzie:
n — liczba obserwacji.

Opierając się na powyższych zależnościach obliczono wartości statystyk D i λ dla poszczególnych współczynników kształtu:
— objętościowy współczynnik kształtu K_1:

$$D = 0{,}130605; \qquad \lambda = 1{,}344658$$

— dynamiczny współczynnik kształtu K_2:

$$D = 0{,}155192; \qquad \lambda = 1{,}316848$$

Dla ustalonego najniższego poziomu istotności $\alpha = 0{,}03$ odczytano z tablic rozkładu Kołmogorowa (Zieliński 1972) wartość krytyczną λ_α równą 1,35. Ponieważ zachodzi

nierówność $\lambda_\alpha > \lambda$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że rozkład empiryczny dla obu współczynników kształtu ma dystrybuantę hipotetyczną rozkładu Rayleigha.

4.2. Rozkład ilorazu współczynników kształtu K_2/K_1

Jak wykazano w poprzednim rozdziale, współczynniki kształtu są zmiennymi losowymi o rozkładach Rayleigha. W związku z tym, jeżeli nadawą będzie nawet wąska klasa ziarnowa, to wpływ własności geometrycznych na wielkość rozproszenia prawdopodobnego ujawni się poprzez rozkład współczynników kształtu ziaren. We wzorze na rozproszenie prawdopodobne występuje iloraz współczynników kształtu K_2/K_1. Ich łączny wpływ na rozproszenie prawdopodobne uzewnętrzni się poprzez rozkład zmiennej losowej będącej funkcją (ilorazem) dwóch zmiennych losowych K_2 i K_1.

Niech $X = K_2/K_1$ oznacza zmienną losową będącą ilorazem zmiennych losowych K_2 i K_1 o rozkładach Rayleigha równych odpowiednio:

$$f_1(k_1) = 2\lambda_1 k_1 \exp(-\lambda_1 k_1^2) \tag{22}$$

$$f_2(k_2) = 2\lambda_2 k_2 \exp(-\lambda_2 k_2^2) \tag{23}$$

Wówczas funkcja gęstości rozkładu zmiennej X będzie równa (Gerstenkorn, Śródka 1972):

$$g(x) = \int_0^\infty k_1 f_1(k_1) f_2(x k_1) dk_1 \tag{24}$$

Po podstawieniu f_1 i f_2 ze wzorów (22) i (23) otrzymuje się następujące wyrażenie:

$$g(x) = 4\lambda_1 \lambda_2 x \int_0^\infty k_1^3 \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 x^2) k_1^2] dk_1 \tag{25}$$

W tablicach całek (Gradstein i Ryzik 1971) jest wyliczona następująca całka:

$$\int_0^\infty u^{2n+1} e^{-pu^2} du = \frac{n!}{2p^{n+1}}, \quad p > 0 \tag{26}$$

W przypadku całki we wzorze (18) $n = 1$, $p = (\lambda_1 + \lambda_2 x^2)$.

Po wykorzystaniu całki (26) funkcja gęstości rozkładu zmiennej X jest równa:

$$g(x) = \frac{2\lambda_1 \lambda_2 x}{(\lambda_1 + \lambda_2 x^2)^2} \tag{27}$$

Funkcja $g(x)$ jest funkcją gęstości rozkładu zmiennej X, gdyż:

$$\int_0^\infty g(x)dx = 1 \tag{28}$$

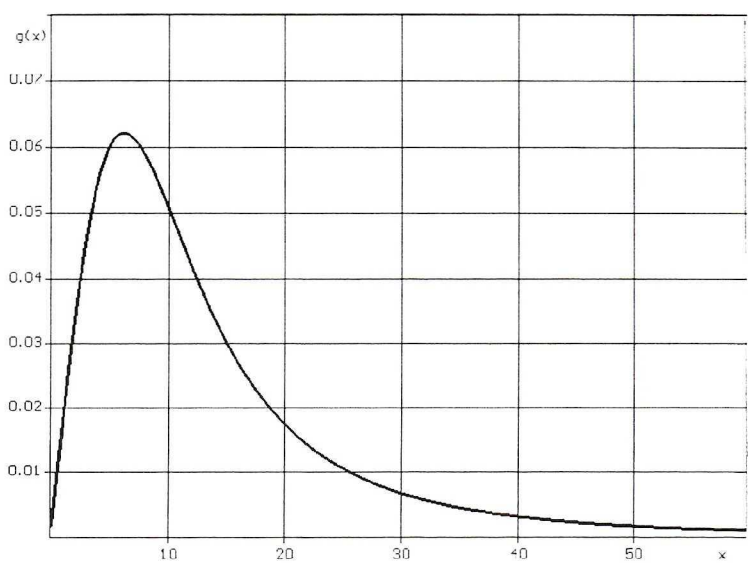
Parametry rozkładu Rayleigha zmiennych K_2 i K_1 są równe $\lambda_1 = 1{,}357$ oraz $\lambda_2 = 0{,}012$, wobec czego szczegółowa postać funkcji gęstości rozkładu $g(x)$ jest następująca:

$$g(x) = \frac{0{,}033x}{(1{,}357 + 0{,}012x^2)^2} \tag{29}$$

Wykres funkcji $g(x)$ podany jest na rysunku 3.

Wartość najbardziej prawdopodobną zmiennej X można obliczyć wyznaczając punkt, w którym istnieje maksimum funkcji $g(x)$. Z warunku koniecznego istnienia ekstremum:

$$\frac{dg(x)}{dx} = 0 \tag{30}$$



Rys. 3. Funkcja gęstości rozkładu zmiennej $X = K_2/K_1$

Fig. 3. Function of distribution density of variable $X = K_2/K_1$

otrzymuje się:

$$x_{pr} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{3\lambda_2}} = 6{,}14 \tag{31}$$

4.3. Zależność rozproszenia prawdopodobnego od wielkości ziarna

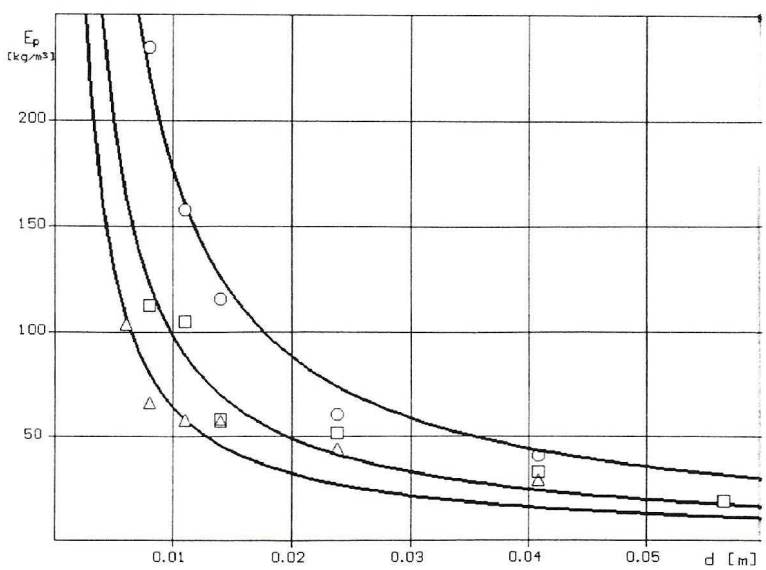
Jak wynika ze wzoru (3), rozproszenie prawdopodobne jest odwrotnie proporcjonalne do wielkości ziarna. Wyrażenie (3) można zapisać w następującej postaci:

$$E_p = \frac{A}{d} \tag{32}$$

gdzie:

$$A = \frac{K_2(\rho_c v_c^2 + \bar{\rho} c v_p^2)\ln 3}{K_1 g}$$

Na rysunku 4 wykreślona jest zależność rozproszenia prawdopodobnego od wielkości ziarna dla trzech różnych natężeń podawania nadawy.



Rys. 4. Zależność rozproszenia prawdopodobnego od wielkości ziarna
(O — W_1 = 26,9 kg/s, □ — W_2 = 32,5 kg/s, Δ — W_3 = 49,0 kg/s)

Fig. 4. Dependence of ecart probable on particle size

Do wartości empirycznych zaznaczonych na rysunku dopasowano zależności modelowe wyrażone wzorem (29). Zależności te są następujące:

— W_1 = 26,9 kg/s

$$E_p(d) = \frac{0{,}64}{d} \qquad R = 98{,}98\% \tag{33}$$

— W_2 = 32,5 kg/s

$$E_p(d) = \frac{0{,}98}{d} \qquad R = 95{,}28\% \tag{34}$$

— W_3 = 49,0 kg/s

$$E_p(d) = \frac{1{,}765}{d} \qquad R = 90{,}88\% \tag{35}$$

przy czym d jest wyrażone w [m], natomiast E_p w [kg/m^3].

Dla każdego przypadku wyliczono wartości współczynnika korelacji krzywoliniowej R.

Na rysunku 4 zależności modelowe wyrażone wzorami (33)—(35) wykreślone są liniami ciągłymi. Stosunkowo wysokie wartości współczynnika korelacji krzywoliniowej świadczą o dobrej zgodności zależności wynikającej z heurystycznego modelu krzywej rozdziału z wartościami doświadczalnymi.

4.4. Udział własności geometrycznych ziaren w zjawisku rozproszenia ziaren

Składnik E_{p1} wyrażony zależnością (12) przedstawia udział własności geometrycznych ziaren w rozproszeniu prawdopodobnym. Jest to innymi słowy rozproszenie prawdopodobne dla takiego procesu rozdziału, kiedy w komorze wzbogacalnika w każdym momencie czasu znajduje się tylko jedno ziarno. Wtedy nie ma żadnych oddziaływań z innymi ziarnami.

Udział ten dla poszczególnych natężeń podawania nadawy jest równy:

— dla natężenia przepływu W_1 = 26,9 kg/s:

- wkład własności geometrycznych $\frac{E_{p1}}{E_p}$ = 0,67,

— dla natężenia przepływu W_2 = 32,5 kg/s:

- wkład własności geometrycznych $\frac{E_{p1}}{E_p}$ = 0,53,

— dla natężenia przepływu W_3 = 49,0 kg/s:

— wkład własności geometrycznych $\frac{E_{p1}}{E_p}$ = 0,46,

Wyliczony tutaj wkład własności geometrycznych ziarn ujawnia się dzięki turbulentnemu ruchowi cieczy, charakteryzowanemu przez prędkość średnią kwadratową v_c^2. Bez tego ruchu, kiedy v^2 jest równe zeru, kształt ziarn nie ma wpływu na wyniki rozdziału, bo wtedy $E_p = 0$. W tym sensie turbulentny ruch cieczy jest praprzyczyną zjawiska rozproszenia ziarn, a ich własności geometryczne wpływają na charakter ich ruchu, od którego zależy wielkość tego zjawiska.

Wnioski

1. Rozproszenie prawdopodobne jest funkcją własności geometrycznych ziarna. Wpływ własności geometrycznych ziarna ujawnia się dzięki turbulentnemu ruchowi cieczy, charakteryzowanemu przez prędkość średnią kwadratową. W tym sensie turbulentny ruch cieczy jest praprzyczyną istnienia zjawiska rozproszenia ziarn.
2. Własności geometryczne ziarn wnoszą swój wkład w rozproszenie prawdopodobne poprzez rozkład wielkości ziarn nadawy oraz rozkłady ich współczynników kształtu. Przy wzbogacaniu wąskiej klasy ziarnowej ziarna o tej samej gęstości i wielkości mogą z różnym prawdopodobieństwem trafiać do produktów rozdziału w zależności od wartości ich współczynników kształtu.
3. Współczynniki kształtu ziarna są zmiennymi losowymi o rozkładach Rayleigha. Traktując iloraz współczynników kształtu jako zmienną losową będącą funkcją dwóch zmiennych losowych, wyznaczono rozkład tej zmiennej. Znajomość tego rozkładu umożliwia wyliczenie wartości prędkości średniej kwadratowej turbulentnego ruchu cieczy oraz prędkości średniej kwadratowej chaotycznego ruchu ziarna.
4. Rozproszenie prawdopodobne, jak wynika z modelu funkcji rozdziału, maleje odwrotnie proporcjonalnie do wzrostu wielkości ziarna. Spadek ten jest tym większy, im mniejsza jest koncentracja objętościowa ziaren w komorze wzbogacalnika. Zależność ta została potwierdzona w eksperymencie przemysłowym.
5. Wyrażenie na rozproszenie prawdopodobne jest sumą dwóch składników, z których pierwszy — proporcjonalny do gęstości rozdziału, przedstawia wkład własności geometrycznych ziarna do rozproszenia prawdopodobnego, drugi natomiast — niezależny od gęstości rozdziału i proporcjonalny do koncentracji objętościowej ziaren w komorze wzbogacalnika, przestawia wkład oddziaływań między ziarnami do rozproszenia prawdopodobnego. Można dzięki temu rozdzielić wkłady własności geometrycznych i oddziaływań do zjawiska rozproszenia.
6. Wyznaczając eksperymentalną zależność rozproszenia prawdopodobnego od koncentracji objętościowej wyliczono wkład własności geometrycznych ziarn i oddziaływań między nimi do zjawiska rozproszenia ziarn. Ze wzrostem koncentracji objętościowej ziarn w komorze wzbogacalnika maleje udział własności geometrycznych w zjawisku rozproszenia ziarn.

Praca zrealizowana w ramach badań własnych. Nr umowy w AGH 10.10.100.861.

LITERATURA

Andrejew S.E., Towarow W.W., Pierow W.A., 1959 — Zakonomiernosti izmielczenija i iszczislenije charakteristik granulometriczeskogo sostawa. Mietałłurgizdat, Moskwa.

Beddow J.K., Ming-Jau Yin, Vetter A.F., 1986 — Effects of particle shape on two-phase flow in pipes. Powder Technogy, 46, 53—60.

Brożek M., Turno A., 2003 — Fizyczny model funkcji rozdziału procesu wzbogacania w cieczy ciężkiej. Sprawozdanie z badań własnych nr 10.10.100.729.

Budryk W., Stępiński W., 1954 — Teoria przeróbki mechanicznej kopalin cz. I. PWN, Kraków.

Ferrara G., Bevilacqua P., 2000 — Influence of particle shape on dynamic DMS processes. Proc. XXI IMPC, Rome' 96.

Fong S.T., Beddow J.K., Vetter A.F., 1979 — A refined method of particle shape representation. Powder Technology, 22, 17—21.

Ganser G.H., 1993 — A rational approach to drag prediction of spherical and nonspherical particles. Powder Technology, 77, 143—152.

Gradstein I.S., Ryżik I.M., 1971 — Tablicy integralov, summ, riadov i proizvedenij. Moskwa, Izd. Nauka.

Greń J., 1968 — Modele i zadania statystyki matematycznej. PWN, Warszawa.

Koch R., Noworyta A., 1998 — Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej. WNT, Warszawa, 166—168.

Stępiński W., 1964 — Wzbogacanie grawitacyjne. PWN, Warszawa.

Sztaba K., 1964 — Niektóre własności geometryczne zbiorów ziarn mineralnych. Zeszyty Naukowe AGH, 85, Kraków.

Thompson T.L., Clark N.N., 1991 — A holistic approach to particle drag prediction. Powder Technology, 67, 57—66.

Tsubaki J., Jimbo G., 1979 — A proposed new characterization of particle shape and its application. Powder Technology, 22, 161—169.

Turno A., 2004 — Wpływ własności geometrycznych ziarn oraz oddziaływań między nimi na dokładność rozdziału w cieczach zawiesinowych. Praca doktorska. Biblioteka Główna AGH, Kraków.

MARIAN BROŻEK, ANNA TURNO

INFLUENCE OF GEOMETRIC PROPERTIES OF THE GRAINS ON SEPARATION EFFICIENCY IN DENSE MEDIA SEPARATION

Key words

Gravity separation, dense media, probable error, shape factors

Abstract

Each real separation process in industrial scale takes place in turbulent conditions of motion. Therefore particular separation products include particles with properties from beyond interval of properties typical for this product. Quantitatively the partition function dectracts this effect, which determines, in the case of gravity separation, the fraction's fragment of the density r getting to the one of separation products, in relation to the quantity of this fraction in the feed. In industrial practice, the separation efficiency is estimated by probable error or imperfection. In turbulent conditions of motion, the value of probable error is conditioned by factors connected with the geometric properties of the feed particles, device characteristics and technological parameters of the process. The variables, which characterize the particles geometric properties are screen particle diameter and the particle shape.

This paper presents results of the investigations on influence of the particles geometric properties such as: the influence of size and shape of the particle on separation efficiency in dense media, being characterized by probable error.