

MAŁGORZATA MAKIEWICZ
Uniwersytet Szczeciński

MYŚL MATEMATYCZNA WYRAŻONA FOTOGRAFIĄ. INSPIRACJE EKSPERYMENTU PEDAGOGICZNEGO

WPROWADZENIE

Celem artykułu jest zarysowanie drogi wiodącej od hermeneutycznych badań struktur poznawczych wyrażonych m.in. autorskimi opisami fotograficznych metafor (*dual coding*) w obrębie matematyki do idei eksperymentu pedagogicznego mającego zweryfikować hipotezę o wpływie zastosowania fotografii w procesie nauczania matematyki na rozwój kultury matematycznej uczniów. Badania, które prowadzę w ramach autorskiego projektu „Matematyka w obiektywie¹” realizowanego na Uniwersytecie Szczecińskim są spełnieniem naturalnej drogi rozwijania moich pasji: nauczania matematyki i fotografii. Projekt procedury badawczej opracowałam dzięki konsultacjom Zespołu Samokształceniowego Doktorów KNP PAN pracującego pod opieką prof. dr hab. Marii Dudzikowej. Przy opracowaniu konkretnych narzędzi badawczych korzystałam z pomocy profesorów obecnych na kolejnych Letnich Szkołach Młodych Pedagogów, a w szczególności prof. dr hab. Wiesławy Limont i prof. dr hab. Urszuli Szuścik. Artykuł zawiera tezy wystąpienia pt.: Codzienne i niecodzienne w matematyce za sprawą fotografii, za które otrzymałam I Nagrodę w kategorii doktorów podczas XXVI Letniej Szkoły Młodych Pedagogów w Supraślu. Dla ilustracji krystalizowania się myśli matematycznej towarzyszącej twórczym metaforom fotograficznym posłużyłam się wybranymi przykładami pochodzącymi z 17-letniego przygotowawczego okresu badawczego obejmującego analizy struktur pojęciowych i dróg poznania oraz zrozumienia matematycznych pojęć, prawidłowości i metafor u osób fotografujących matematyczne obiekty. Podjęcie tych badań związane było z moją osobistą fascynacją fotografią oraz fotoedukacją matematyczną. Pierwsze spostrzeżenia pojawiły się już podczas prowadzonych przeze mnie przez dziesięć lat lekcji przedmiotowych, zajęć kół zainteresowań (matematyczne, fotograficzne, fotografii cyfrowej) oraz wewnątrzszkolnych konkursów fotograficznych. Do podjęcia badań hermeneutycznych realizowanych za pomocą analizy dokumentów

¹ Konkurs ogólnopolski organizowany corocznie od roku 2010 pod patronatem J.M. Rektora Uniwersytetu Szczecińskiego, Prezydenta Miasta Szczecin i Marszałka Zachodniopomorskiego www.mwo.univ.szczecin.pl

(podpisów i opisów zdjęć) oraz analizy wytworów (czyli samych fotografii) prowadziły mnie systematycznie zbierane dane ujawniające oryginalne ujęcia tematów, wysoką płynność, giętkość i metaforyczność myślenia autorów, a także pewne błędy związane z poznawaniem, wyobrażaniem i nazywaniem przez nich przedstawianych obiektów².

MYŚL MATEMATYCZNA DOJRZAŁA
 A TWÓRCZA MYŚL MATEMATYCZNA DZIECKA

Myśl matematyczna – chłodna, abstrakcyjna, oderwana od świata, którego doświadczamy na co dzień, pierwotna w stosunku do intelektualnej działalności człowieka (platonizm), czy może wyrażająca świat konstruktów ludzkiego umysłu zrealizowanych w konkretnych obiektach fizycznych (empiryzm)? Pytania o rzeczywistość opisywaną przez matematyczne pojęcia i formuły prowokują do poważnych dyskusji³. Znane powszechnie zadziwienie: *jak to się stało, że matematyka – produkt myśli ludzkiej niezależny od doświadczenia – tak wspaniale pasuje do świata realnego*⁴ znakomicie ilustruje drogę obraną przez Alberta Einsteina. Zygmunt Janiszewski niejako usprawiedliwia swoją życiową pasję: *zajmuję się matematyką dlatego, aby przekonać się, jak daleko umysł ludzki może dojść samym rozumowaniem*⁵. Znani popularyzatorzy myśli matematycznej Krzysztof Ciesielski i Zdzisław Pogoda ukazują diamenty matematyki tak, aby zachwycili się nimi również niematematycy. Wskazują, jednak, że *urok tej nauki często głęboko ukryty za skomplikowanymi wzorami, tajemniczymi formułami, oznaczeniami, dostępny jest tylko nielicznym*⁶. Swoją drogę ku poznaniu matematycznemu wspomina Bernard Russel: *wystąpiłem początkowo z mniej lub bardziej religijną wiarą w platoński wieczny świat, w którym matematyka lśniła takim pięknem, jak ostatnie canta „Raju”*. *Pod koniec mojej pracy doszedłem do wniosku, że świat wieczny jest trywialny i że matematyka jest tylko sztuką mówienia tego samego, co da się powiedzieć innym językiem*⁷. Może zatem warto poszukać owego języka, barwnego i zrozumiałego dla ogółu... może warto zrobić krok w stronę kultury matematycznej. Jednym z jej składników, rozumianym jako wartość, która nam pozostanie, gdy już zapomnimy definicje pojęć, treść twierdzeń i dowodów matematycznych reguł nauczanych w szkole jest *rozumienie ciągłego przejścia w poszczególnych dyscyplinach matematyki między matematyką-nauką*

² M. Makiewicz, *Przykłady twórczych pomysłów uczniów fotografujących obiekty matematyczne*, [w:] W. Limont, J. Dreszer, J. Cieślakowska (red.), *Osobowościowe i środowiskowe uwarunkowania rozwoju ucznia zdolnego*, WN UMK, Toruń 2010, s. 133.

³ J. Życiński, *Świat matematyki i jej materialnych cieni*, Copernicus Center Press, Kraków 2013, s. 23.

⁴ K. Skurzyński, *O matematyce. Nie tylko poważnie*. Nowik, Opole 2010, s. 13.

⁵ Tamże, s. 15.

⁶ K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Diamenty matematyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997, s. 7.

⁷ B. Russell, *Portrety z pamięci. Wartość wolnej myśli*. przekł. A. Chmielewski, W kolorach tęczy, Wrocław 1995, s. 61.

*i matematyką-przedmiotem nauczania*⁸. Wydaje się, że brak rozróżnienia świata myśli matematycznych dziecka a dojrzałego matematyka przez osoby zajmujące się nauczaniem matematyki utrwała społeczną niechęć, obawę przed matematyką, przyczynia się do porażki mechanicznego realizowania podstaw programowych *i oddalenia celu kształtowania elementarnej swobody w posługiwaniu się liczbami, ocenianiu prawdopodobieństwa*⁹. Brak refleksji nad matematycznym myśleniem dziecka prowadzi do, niestety już odnotowanego, zjawiska analfabetyzmu matematycznego. W literaturze pojawiają się opracowania na temat bezmyślności matematycznej uczniów (... i nauczycieli)¹⁰.

Rozważając pojęcie myślenia matematycznego obejmującego zespół podejmowanych samodzielnie czynności umysłowych realizowanych poprzez poszukiwanie i rozwiązywanie problemów matematycznych¹¹, opieram się na podejściu klasycznym L. Wygotskiego, które docenia tzw. strefę najbliższego rozwoju i w szczególności sposób odróżnienia zagadnienia rozwoju pojęć naukowych w wieku szkolnym od kształtujących się spontanicznie pojęć potocznych. Korzystam z określonego przy badaniach eksperymentalnych (badania Wygotskiego nad realnym rozwojem myślenia dziecka w szkole¹²) narzędzia – metafory wizualnej, która pełni rolę pomostu pomiędzy poszczególnymi rodzajami pojęć.

Twórczość jest związana z człowieczeństwem i *przysługuje wszystkim ludziom bez względu na rodzaj ich działalności*¹³. Odejście od elitarnych tradycji rozumienia twórczości w stronę egalitarnej dostępności procesu – również dla dzieci przeciwstawia się szkolnemu, niestety powszechnemu, nauczaniu poprzez realizację algorytmów i szablonów. Daje szansę odkrycia zdolności każdego dziecka (podejście Elissa P. Torrance'a), przeciwstawienia się niszczącej twórczą ekspresję sztampie szkolnej na rzecz kształcenia u uczniów postaw i umiejętności twórczych¹⁴. Dlatego w pracy opieram się na egalitarnych i rozwojowych teoriach twórczości. Człowiek jest twórczy, gdy *nie ogranicza się do stwierdzania, powtarzania, naśladowania, gdy daje coś od siebie, z siebie*¹⁵. Kultura matematyczna, a w tym fenomen twórczości naukowej *ujawnia się podczas codziennych nawykowych zachowań, zwyczajności, odruchowym nadawaniu znaczeń otaczającej*

⁸ F. Kurina, *Kultura matematyczna nauczyciela matematyki*, [w:] Matematyka. Społeczeństwo. Nauczanie, nr 6/1991, s. 30.

⁹ J.A. Paulos, *Analfabetyzm matematyczny i jego skutki*, przekł. J. Mięksiz, GWO, Gdańsk 2005, s. 7.

¹⁰ Np. *Myślenie i bezmyślność matematyczna*, [w:] D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, *Rozwijanie myślenia matematycznego uczniów klas młodszych*, Żak, Warszawa 2004, s. 17–35.

¹¹ D. Klus-Stańska, A. Kalinowska, *Rozwijanie myślenia matematycznego uczniów klas młodszych*, Żak, Warszawa 2004, s. 19.

¹² L. Wygotski, *Myślenie i mowa*, PWN, Warszawa 1989, s. 165.

¹³ M.S. Szymański, *Twórczość i style poznawcze uczniów*, WSiP, Warszawa 1987, s. 51.

¹⁴ K.J. Szmidt, *Paula Torrance'a inkubacyjny model kształcenia uczniów zdolnych*, [w:] W. Limont, J. Cieślukowska (red.), *Wybrane zagadnienia edukacji uczniów zdolnych*, t. 1. Impuls, Kraków 2005, s. 176.

¹⁵ W. Tatariewicz, *Dzieje sześciu pojęć*. PWN, Warszawa 1986, s.306–307.

nas rzeczywistości¹⁶. Ponieważ elementarne poziomy twórczości stanowią warunek konieczny twórczości wyższych rzędów (poglądy C. Rogersa, A.J. Cropley'a i J.C. Kaufmana¹⁷), badania twórczości uczniowskiej typu mini-t odgrywają szczególną rolę w poznaniu mechanizmów towarzyszących twórczości dojrzałej i wybitnej. W odniesieniu do subiektywnej, lokalnej twórczości realizującej się w szkole ograniczam się do jej dwóch podstawowych poziomów: płynnego (obejmującego elementarne procesy poznawcze, emocjonalne i motywacyjne) i skryształizowanego (dokonywanego się poprzez dążenie do celu, rozwiązywanie problemu przy zrozumieniu jego struktury, znaczenia i kontekstu¹⁸). Dokonując analizy prac fotograficznych, jak i towarzyszących im komentarzy, stwierdziłam płynność, giętkość i metaforyczność myślenia ich autorów (czynniki twórcze Guliforda), przykłady twórczości typu mini-t odnoszące się do poziomu płynnego i skryształizowanego.

ZAMYŚL BADAWCZY

Analizy materiału badawczego gromadzonego w latach 1992–2010 posłużyły do przygotowania projektu eksperymentalnego zbadania wpływu zastosowania fotografii w procesie nauczania matematyki na rozwój kultury matematycznej uczniów. Z uwagi na moje zainteresowania poznawcze i społeczny charakter używanego materiału, interpretacji fotograficznych metafor wizualnych dokonałam uwzględniając zalecenia Gillian Rose¹⁹, koncentrując się na obszarze wytwarzania. Zastosowana hermeneutyka podejrzeń²⁰ pozwoliła prowokować aktywność ukierunkowaną oraz umożliwiła podążanie indukcyjną drogą budowania teorii. Początkowe próby badawcze odnosiły się do niewielkich grup uczniowskich i polegały na analizowaniu odpowiedzi na pozornie oczywiste pytania, np. *czym jest liczba, jak wygląda równoległość, co to jest liczba, jak wyobrażasz sobie nieskończoność*²¹ za pomocą odpowiedzi obrazowych (zdjęć) i tekstowych (podpisów). W celu pozyskania szerszych, nieograniczonych tematycznie, bardziej różnorodnych metafor w toku kolejnych etapów badawczych zrezygnowałam z pytań o konkretne pojęcia lub prawidłowości matematyczne. Na zorganizowany przeze mnie powszechny konkurs fotograficzny, przy którym nie określałam konkretnych pytań ani zagadnień, wpłynęło ponad tysiąc prac. Autorami fotografii były dzieci, młodzież szkolna, studenci, osoby dorosłe zawodowo związane

¹⁶ D. Klus-Stańska, *Dzień jak co dzień. O barierach zmiany kultury szkoły*, [w:] M. Dudzikowa, M. Czerepaniak-Walczak, *Wychowanie. Pojęcia. Procesy. Konteksty*. Tom 5, 2010, s. 302.

¹⁷ W. Limont, *Uczeń zdolny. Jak go rozpoznać i jak z nim pracować*. GWP. Sopot 2012, s. 176.

¹⁸ E. Nęcka, *Psychologia twórczości*. GWP. Gdańsk 2001, s. 216–217.

¹⁹ G. Rose, *Interpretacja materiałów wizualnych. Krytyczna metodologia badań nad wizualnością*, przeł. E. Klekot. WN PWN. Warszawa 2010, s. 31–53.

²⁰ P. Sztompka, M. Bogunia-Borowska (red.), *Socjologia codzienności*. Znak. Kraków 2008, s. 30.

²¹ M. Makiewicz, *Sztuka (w) matematycznej fotografii*, [w:] S. Jaskuła (red.) *Sztuka w służbie edukacji*. Zeszyty Naukowe Forum Młodych Pedagogów przy KNP PAN. Zeszyt 14. Warszawa 2010, s. 239–241.

z matematyką lub nie. Otrzymałam też sporo prac od emerytów. Oprócz fotografii wykonanych w Polsce pewna część dotarła do jury z Niemiec, Norwegii, Francji, Czech, a nawet z Abu-Dhabi. Fotografie dotyczyły elementarnych pojęć matematycznych, takich jak prosta, koło, sześcian, ale również obiektów matematyki wyższej – np. fraktale, grupy cykliczne, rozmaitości, węzły. Niektóre wykonane były w warunkach studyjnych (np. *Hiperbole*, *Zasada szufladkowa*, *Zbiór pusty*, *Cień kuli*), inne w plenerze (*Uskrzydłona symetria*, *Tettigonia viridissima*. *Symetria oczu*, *Wielokąt wodny*, *Roślinne kąty*, *Twierdzenie o kącie środkowym i wpisany*, *Naturalny łuk tęczy*). Oryginalną ideą konkursu było połączenie przekazu wizualnego (fotografii) z przekazem tekstowym wyrażonym podpisem zdjęcia i jego opisem. Uczestnicy wysyłali odbitki lub wydruki zdjęć w formacie A4 oraz wypełniali elektroniczny arkusz zgłoszeniowy, podając swoje dane osobowe, określając tytuł fotografii i jej opis. Analiza materiału badawczego przebiegała etapowo i składała się z trzech części: analizy obrazu, tytułu i kontekstu. **Badanie obrazów** odgrywało szczególną rolę w tym procesie, jak podkreślił Jakub Bronowski, brytyjski matematyk polskiego pochodzenia, zajmujący się filozofią nauki i sztuki, *samo oko dokonuje wnioskowań o świecie*²². Pracę rozpoczynałam od formalnej rekonstrukcji kompozycji, od odczytania elementów na poziomie konkretnym, pozbawionym abstrakcyjnych nazw, metafor, bez ujawnienia związków i zależności²³. Następnie interpretowałam materiał poprzez filtr formalnych reprezentacji obiektów matematycznych (odszukiwałam naukowych znaczeń elementów charakterystycznych obrazu, symboli, kompozycji i sposobu przedstawienia). Na tych dwóch etapach starałam się łączyć procesy opisane m.in. przez Piotra Stompkę: widzenie i patrzenie. Widzenie, to *bierna rejestracja wrażeń wizualnych, które przepływają przed nami w niezwyklej mnogości i różnorodności w toku życia codziennego*. Patrzenie to *intencjonalne, aktywne i selektywne poszukiwanie znaczących, ważnych doświadczeń wizualnych*²⁴. Towarzyszące mojemu *patrzeniu* komentowanie ukierunkowane było na uchwycenie związków i relacji między pokazanymi pojęciami. Czytanie fotografii można przyrównać do opisanego przez Johna Bergera *czytania kardiogramów czy tropienia śladów*. *Język, którym posługuje się fotografia, to język wydarzeń*²⁵. Podążając tą myślą starałam się wydobywać treści poznawcze z obrazów.

Badania tekstu składało się z analizy tytułu nadanego przez autora i komentarza ukazującego kontekst powstania pomysłu lub wyjaśniającego odległą metaforę. Najpierw określałam formalną trafność przyporządkowanego tytułu,

²² J. Bronowski, *Źródła wiedzy i wyobraźni*, przeł. S. Amsterdamski, PIW, Warszawa 1984, s. 134.

²³ Por. R. Bohnsack, *Dokumentarna interpretacja obrazu – w stronę rekonstrukcji ikonicznych zasobów wiedzy*, [w:] S. Krzychała (red.), *Spoleczne przestrzenie doświadczenia – metoda interpretacji dokumentarnej*, Wydawnictwo Naukowe DSWE, Wrocław 2004

²⁴ P. Stompka, *Wyobraźnia wizualna i socjologia*, [w:] *Fotospołeczeństwo. Antologia tekstów z socjologii wizualnej*, red. M. Bogunia-Borowska, P. Stompka, Znak, Kraków 2012, s. 28.

²⁵ J. Berger, *Zrozumieć fotografię*, przeł. K. Olechnicki, [w:] M. Frąckowiak, M. Krajewski, K. Olechowski, *Badania wizualne w działaniu. Antologia tekstów*, Fundacja Nowej Kultury Bęc Zmiana, Warszawa 2011, s. 206.

a następnie adekwatność w stosunku do obrazu, pomysłowość i metaforyczność. Przy hermeneutycznej analizie tekstowego materiału badawczego pochodzącego z komentarzy i opisów starałam się poznać kontekst tworzenia obrazu oraz subiektywne nastawienia i intencje osoby fotografującej. Celem tych badań było zbliżenie się do poprawnej rekonstrukcji modeli myślowych, jakimi posługują się autorzy fotografii i poznanie ich własnych map poznawczych rejestrowanych lub nie w świadomości (Edmund Husserl). Analiza dotyczyła rysującego się pomostu między materiałem wizualnym, jak i społecznym kontekstem ujawnionym podpisem, opisem, kategorią wiekową autora pracy. Chciałam *zrozumieć i poprawnie zinterpretować*²⁶ autorskie podpisy i opisy fotografii. Dostarczały one informacji na temat autora i jego roli społecznej, pomysłu, sposobu rozumienia pojęcia, trafności spostrzeganej prawidłowości, intencji, fascynacji, emocji towarzyszących.

Piotr Sztompka za Rolandem Barthersem podaje sugestie interpretacyjne tekstu towarzyszącego. Wyróżnia dwie funkcje przekazu lingwistycznego: zakotwiczenie znaczenia i łączenie pewnej liczby zdjęć w serie tematyczne. W przedstawianych badaniach w szczególny sposób ujawnia się funkcja pierwsza, gdyż ten sam obraz może być interpretowany na wiele sposobów. Zakotwiczenie pozwala zbliżyć się do ustalenia punktu widzenia autora. W przypadku analizy treści obrazów i tekstów uwzględniłam również dane zawarte w arkuszu zgłoszeniowym (np. wiek, miejsce zamieszkania, liczba zgłaszanych prac).

Sarah Phink, podkreślając znaczenie fotografii w procesie tworzenia wiedzy skłania się w kierunku łączenia obrazu fotograficznego z podpisem lub narracją. *Zarówno etnograficzne tworzenie obrazów, jak i ich opis odnoszą się do lokalnych i naukowych kultur wizualnych. [...] Kluczem do udanego badania z zastosowaniem fotografii jest rozumienie relacji społecznych i subiektywnych celów, poprzez które zostały stworzone oraz dyskursu, za którego pośrednictwem stają się znaczące*²⁷. Dlatego analizowałam całość tekstu opisów, jak również poszczególne ich części²⁸ oraz wypowiedzi towarzyszące – np. podczas uroczystego podsumowania konkursu fotograficznego „Matematyka w obiektywie”. Starałam się zatem *zrozumieć część przez całość, zrozumieć całość poprzez szczegóły, zrozumieć świat przez zanurzenie się w nim, odkrywanie prawdy o innych pokazuje prawdę o nas*²⁹. Uwzględniając zasadnicze reguły postępowania hermeneutycznego, wybrałam studium przypadku jako najodpowiedniejszą metodę badawczą. Chciałam bowiem skupić się na nietypowych i niepowtarzalnych pomysłach uczniów podczas ich matematycznej przygody z aparatem fotograficznym. W większości prac

²⁶ K. Duraj-Nowakowa, *Metodologia systemową ofertą dla ewolucji tożsamości pedagogiki*, [w:] T. Lewowicki (red.), *Dylematy metodologiczne pedagogiki*. Materiały z obrad Sekcji I „Dylematy metodologiczne pedagogiki” I Zjazdu Pedagogicznego. Warszawa – Cieszyn 1995, s. 102.

²⁷ S. Phink, *Etnografia wizualna. Obrazy, media i przedstawienie w badaniach*. WUJ, Kraków 2007, s. 122.

²⁸ K. Ablewicz, *Hermeneutyka i fenomenologia w badaniach pedagogicznych*, [w:] S. Palka (red.), *Orientacje w metodologii badań pedagogicznych*. WUJ, Kraków.

²⁹ M. Sawicki, *Hermeneutyka pedagogiczna*, Semper. Warszawa 1996, s. 18.

ujawniono wysoki stopień płynności myślenia (produkowanie fotograficznych serii tematycznych), jednak warunki konkursu nie pozwalały na przedstawienie więcej niż sześciu zdjęć przez jednego autora. Giętkość myślenia ujawniona została poprzez przedstawienie kilku istotnie różnych wizualizacji tego samego pojęcia.

WYBRANE PRZYKŁADY

Dokonując wyboru przykładów, kierowałam się indywidualnością i dojrzałością myśli poznawczych niezależnie od wieku twórców i ich doświadczeń, chciałam oddać ich metaforyczność i oryginalność myślenia. Wiele prac może świadczyć o inteligencji formalno-operacyjnej autorów (wg Jeana Piageta), posługiwaniu się reprezentacjami ikonicznymi i symbolicznymi (wg Jerome Brunera) i logicznym stopniu rozumienia pojęć matematycznych (wg teorii Pierre M. van Hiele). Ze względu na ograniczone możliwości prezentacji wybrałam jedynie kilka przykładów ilustrujących dwie drogi poznawcze autorów prac na drodze: **eksterioryzacja** związana z ilustracją, unaocznieniem, interpretowaniem rzeczywistości zgodnie z posiadanymi (wcześniej) znaczeniami oraz **interioryzacja** oddająca pierwszeństwo *działań konkretnych (manipulacji) na przedmiotach materialnych lub ich reprezentacjach obrazowych i symbolicznych nad działaniami w płaszczyźnie wyobraźniowej*³⁰ oraz pozwalających na *zmianę struktur poznawczych w wyniku dopływu nowych informacji*³¹.

Przykłady pomysłów powstałych na drodze eksterioryzacji:

Fotografia 1 przedstawia krople wiszące na łodydze rośliny, w których odbija się obraz widoczny w tle.



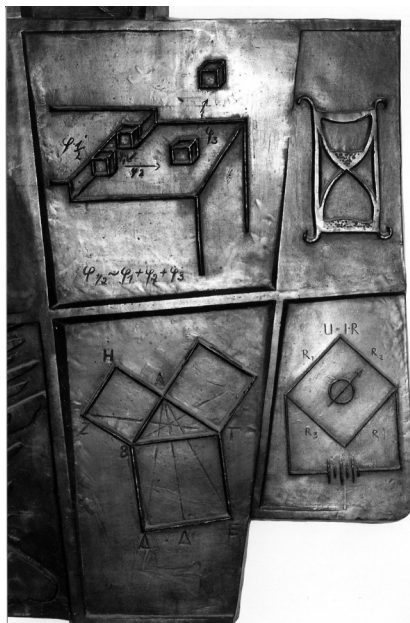
Fot. 1. Jednokładność na przykładzie odbicia w kropki,
autor: Bartłomiej Nieroda

³⁰ M. Przetacznik-Gierowska, *Świat dziecka. Aktywność – Poznanie – Środowisko*, UJ, Kraków 1993.

³¹ D. Klus-Stańska, *Światy dziecięcych znaczeń – poszukiwanie kontekstów teoretycznych*, [w:] D. Klus-Stańska (red.), *Światy dziecięcych znaczeń*, Żak, Warszawa 2004, s. 27.

Autor fotografii ukazał swoje własne rozumienie homotetii. Obrazy odbite w soczewkach z kropli wody są pomniejszone i odwrócone³², zachowują jednak swój kształt, a zatem trafnie ilustrują przekształcenie geometryczne (jednokładność) nauczane w szkole.

Do skojarzenia znaków ukrytych w metaloplastyce ozdabiającej drzwi jednej z bibliotek Berlina (fot. 2) potrzeba nie tylko estetycznej wrażliwości, ale przede wszystkim uporządkowanej, głębokiej wiedzy. Autorem zdjęcia jest profesor matematyki, dlatego przypuszczenie o intencji zwrócenia uwagi na piękno myśli matematycznej jest uzasadnione. Analiza formalna pracy wskazuje na cztery elementy graficzne, z których obraz umieszczony w części lewej dolnej jest przedmiotem szczególnego zainteresowania autora fotografii. Z opisu zdjęcia można wnioskować, że autor doskonale znał dedukcyjny tok myślenia uzasadniający tw. Pitagorasa pochodzący wprost z *Elementów* Euklidesa³³.



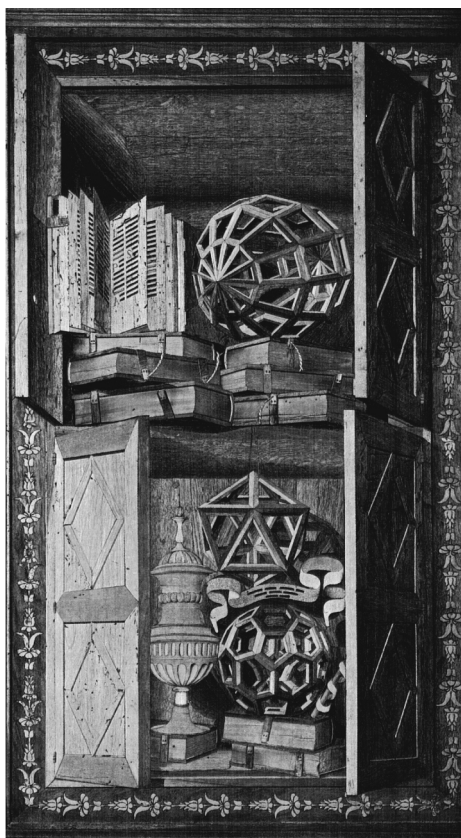
Fot. 2. Symbolika matematyczna,
autor: Werner Schmidt

Kolejne dwie fotografie mówią o wrażliwości estetycznej autorów połączonej z wyjątkowymi zdolnościami interpretacyjnymi. Umiejętność dostrzegania problemów matematyki, trafne komentarza i poprawnie wykonane zdjęcia przypominają spełnienie słynnej triady (rozum, serce, ręka) Johanna Heinricha

³² Fragment komentarza autora fotografii.

³³ Euklides, *Euklidesa początków geometrii ksiąg ośmioro, to jest sześć pierwszych, iedenasta i dwunasta z dodanemi przypisami dla pożytku młodzi akademickiej wytłumaczone przez Józefa Czecha*, Józef Zawadzki, Wilno 1817, s. 50.

Pestalozziego. W obu przykładach chronologia zaistnienia poszczególnych składników triady ukazuje drogę od zachwycenia się pięknem świata odległego – podczas podróży (ze sporą dawką emocji, oczarowaniem, zadziwieniem) poprzez działanie – wykonanie nienaganej fotografii, po interpretację, w której *ujawniają się funkcje duchowo-intelektualne, które wiodą do poznania świata i formułowania rozumnych sądów o rzeczach*³⁴.



Fot. 3. Intarsja w kościele Santa Maria w Weronie,
 autor: Peter Schreiber

Ta niezwykle oryginalna fotografia (fot. 3) wykonana została wewnątrz kościoła Santa Maria w Weronie. Sfotografowaną drewnianą intarsję wykonał około roku 1510 Giovanni da Verona. Zaskakujące jest to, że praca płaska oddaje złudzenie przestrzenności poprzez liczne elementy wyróżnione – np. wielościany, modele żeberkowe, ukazane w perspektywie otwierające się drzwi. Z autorskiego komentarza dowiadujemy się, że dzieło oddaje ponadto jeszcze dwa ówczesne

³⁴ A. Brühlmeier, *Kształtowanie człowieka. 27 kamyczków jednej mozaiki. Impulsy do kształtowania modelu edukacji zgodne z zasadami sformułowanymi przez Johanna Heinricha Pestalozziego*, Impuls, Kraków 2011, s. 70.

kierunki w sztukach plastycznych zorientowanych matematycznie: fascynację wielościanami regularnymi i półregularnymi rozpiętymi na kuli nawiązującymi do wydanej w roku 1509 książki „De divina proportione” Luca Paccioli oraz zastosowanie prawidłowej perspektywy centralnej.

Z opisu kolejnego zdjęcia (fot. 4), które przedstawia ornamenty zdobiące jedną ze ścian wewnętrznych pomieszczenia dowiadujemy się, że tak wygląda jeden z wzorów ludowych używanych do dekoracji domów lokalnych plemion na Borneo.



Fot. 4. Symetria wśród łowców głów, autor: Mirosław Majewski

Wzór ten *charakteryzuje się symetrią lustrzaną i wieloma spiralami, w które wplecione są kwiaty, rośliny, ośmiornice, ludzie i zwierzęta. Sam wzór ma kształt drzewa fraktalnego*³⁵.

Przykłady pomysłów powstałych na drodze interioryzacji:

W kolejnych przykładach można dostrzec zaskakujące asocjacje ujawniające symptomy tworzenia się wiedzy własnej autora, negocjowania znaczeń pojęć i prawidłowości matematycznych.

Fotografia 5 przedstawia trzy pomarańczowe litery „C” na ciemnym tle.



Fot. 5. Trzysta, autor: Jerzy Kubis

³⁵ Opis Mirosława Majewskiego, [w:] M. Makiewicz, *Matematyka w...* op.cit., s. 59.

Praca została zaopatrzona tytułem „trzysta” oraz następującym opisem: „nazwę pewnego sklepu skojarzyłem z rzymską liczbą trzysta”. Sens przekazu całkowicie zmienia swoje znaczenie w momencie połączenia obrazu z podpisem – dla niektórych staje się zagadką, u innych pojawia się okrzyk „no tak, rzeczywiście”! Przedstawiona metafora poznawcza ma swoje źródło w reklamie. Mamy tu do czynienia z procesem *dual coding*, który polega na współdziałaniu dwóch autonomicznych systemów: werbalnych informacji językowych (tytuł „trzysta”) i wizualnych (kod CCC), które odnoszą się do konkretnych wyobrażeń i wiedzy³⁶.



Fot. 6. Elipsa cieniem kuli, autor: Daniel Wójcik

Fotografia 6 ukazuje szklaną kulę wraz z rzucanym przez nią cieniem. Odkrycie autora tej fotografii polegało na odnalezieniu własności ogniskowej elipsy. Rzeczywiście, zdjęcie ilustruje ciekawe zależności dotyczące cienia kuli – kula dotyka swojego cienia (elipsy) dokładnie w jej ognisku³⁷.

Warto postawić pytanie: czy fotografia może odgrywać rolę formalnego doświadczenia? Przyjmując założenia empiryzmu zapewne można zgodzić się z myślą Alana Sekuli, który informatywną funkcję fotografii opiera na metonimii zastępującej dane wydarzenie, przedmiot lub obiekt obrazem uchwyconym w swoistym kontekście. Ową zamianę rozpatrywać możemy w odniesieniu społecznym. Funkcja dydaktyczna zakłada jednak pewną ostrożność poznawczą w doświadczaniu fotografii i zaleca odbiorcy postawę sceptyczno-krytyczną. Pewne obrazy mogą bowiem prezentować problemy, których akurat nie jesteśmy w stanie poprawnie zrozumieć ani interpretować³⁸. Taką właśnie sytuację doskonale ilustruje kolejna fotografia (fot.7).

³⁶ D. Draaisma, *Machina metafor. Historia pamięci*, przeł. R. Pucek. Wydawnictwo Aletheia. Warszawa 2009, s. 31.

³⁷ M. Makiewicz, *Mathematical photography in developing creativity of students*, [w:] M. Chraska, M. Klement, C. Serafin (red.), *Trendy ve vzdelavani*. Olomouc 2006, s. 112–116.

³⁸ M. Makiewicz, *Matematyka w obiektywie. Kultura matematyczna dla nauczycieli*, WN US, Szczecin 2010, s. 31.



Fot. 7. Cień kuli jako trójkąt, autorka: Grażyna Maciejewska

Zdjęcie wykonano na bałtyckiej plaży. Przedstawia piłkę rzucającą nietypowy – trójkątny cień. Interpretacja znaczenia poznawczego przedstawionej fotografii sięga po pojęcia spoza tradycyjnej geometrii euklidesowej. U ucznia – następuje korzystny konflikt pomiędzy empiryczną (cień musi być elipsą) wiedzą zastaną a obrazem, który jej przeczy. Konflikt ten, w sensie dydaktycznym, jest szczególnie przydatny, gdyż wywołuje rodzinę pytań typu: *Czy to możliwe, aby kula rzucała cień trójkątny? Czy źródło światła było jednorodne? Czy powierzchnia rzutni była doskonale płaska? Czy można dowolnie wymodelować powierzchnię tak, żeby uzyskać zakładany kształt cienia?* i wiele innych³⁹.

Kolejną fotografię (fot. 8) nadesłał na konkurs uczeń klasy piątej szkoły podstawowej. Przedstawił cztery korbaki wypełnione grzybami leśnymi. Komentarz: „Suma zbiorów = wysiłek taty + wysiłek mamy + wysiłek dziecka” uzupełnia podpis „suma zbiorów” i podkreśla dualne znaczenie metafory.



Fot. 8. Suma zbiorów, autor: Jan Łachiński

³⁹ M. Makiewicz, *Matematyka w...* op.cit., s. 33.

Mamy tu do czynienia z wizualną metaforą ontologiczną ukierunkowaną na rozpoznawanie aspektów pojęcia⁴⁰. „Suma zbiorów” to pojęcie elementarne. Jednak czy zawsze potrafimy sensownie posłużyć się jego definicją? Roman Sikorski (wybitny polski geometra) powiedział kiedyś „dobrze znać pojęcie to poprawnie je stosować w każdej sytuacji, nawet wtedy, gdy już zapomnimy jego definicji”. Nie wiem, czy autor fotografii wiedział, że do sumy zbiorów należą elementy, które należą do przynajmniej jednego z tych zbiorów, ale z pewnością miał właściwe intuicje teoriomnogościowe.

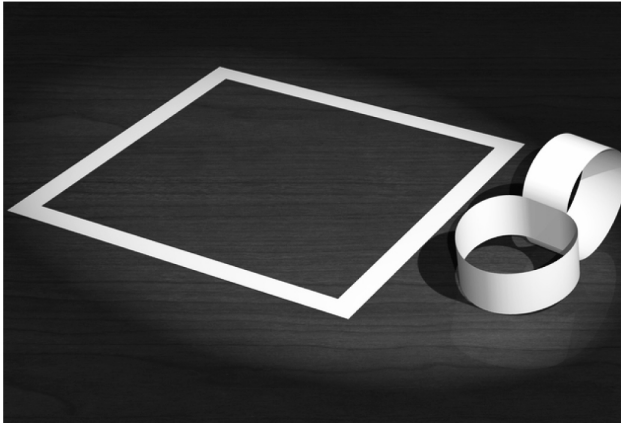
Operator alternatywy jako wbity w piasek patyk i jego cień symbolicznie uchwycony w znaku graficznym. Tytuł kolejnej fotografii (fot. 9) wskazuje drogę odczytania autorskiego przekazu. Metafora została „odkryta” przez autora podczas przeglądania jego pamiętek z wakacji. Pomyśl na opis pozostawał jakiś czas w spoczynku, aby olśnić nas spektakularnym tytułem. Komentarz: *czy widziałeś kiedyś spójniki – na plaży?* utwierdza w przekonaniu asocjacyjnej drogi poznania.



Fot. 9. Lub, autor: Wojciech Skrzypek

Ostatnia prezentowana fotografia pochodzi z konkursu Matematyka w obiektywie. Podczas wystąpienia na XXVI Letniej Szkole Młodych Pedagogów w Supraślu wykorzystałam fragment tego zdjęcia, aby przeprowadzić wśród słuchaczy trening wyobraźni. Okazało się, że jedna z uczestniczek – Małgorzata Kozak błędnie przeprowadziła doświadczenie myślowe wirtualnie, „rozcinając ósemkę” wzdłuż osi symetrii poszczególnych pasków.

⁴⁰ G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory w naszym życiu*, przeł. T. Krzeszowski. PIW. Warszawa 1988, s. 57.



Fot. 10. Paski papieru, autor: Tadeusz Dorosiński

Fotografia (fot. 10) została celowo zaaranżowana i skomponowana. Dla badacza przedstawiony materiał wizualny ma szczególne znaczenie, gdyż zmusza odbiorcę do wysiłku poznawczego oraz uaktywnienia wyższych poziomów wyobraźni przestrzennej⁴¹. Cel takiego ujęcia wraz z postawieniem problemu to doskonale narzędzie ćwiczenia, ale również diagnozy poziomu wyobraźni przestrzennej⁴².

Konstruując narzędzia badawcze na potrzeby eksperymentu, wielokrotnie odwoływałam się do fotografii ukazujących obraz niepełny, perspektywiczny, jednostronny.

Takie obrazy generują całe serie zadań, do rozwiązania których niezbędne jest angażowanie najwyższych poziomów wyobraźni polegających na umiejętności wytwarzania i manipulowania w umyśle obrazami figur, których w całości się nigdy wcześniej nie widziało. Podczas planowania eksperymentalnego badania wpływu zastosowania fotografii w nauczaniu matematyki na kształtowanie języka, postrzeganie matematycznych pojęć, wyobraźnię, twórczość i elegancję myślenia posłużyłam się badaniami natury jakościowej. Działanie takie miało na celu przede wszystkim poznanie różnych możliwości ujawniania swoich pomysłów na drodze ilustracji obiektów matematycznych lub matematycznej interpretacji otaczającego świata.

ZAKOŃCZENIE

Rozwijające się powiązania matematyki ze sztukami wizualnymi zrodziły się na gruncie architektury, rękodzieła i grafiki użytkowej⁴³, wyrosły z naturalnych

⁴¹ A. Pardała, *Wyobrażenia przestrzenne uczniów w warunkach nauczania szkolnej matematyki. Teoria, problemy, propozycje*. FOSZE, Rzeszów 1995, s. 66.

⁴² M. Makiewicz, *Elementy kultury matematycznej w fotografii*, KMDM US, Szczecin 2011, s. 179.

⁴³ P. Schreiber, *Mathematik in der bildenden Kunst des 20. Jahrhunderts*, [w:] *Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg*. Band XXXII 2012, G. Tischel (red.), s. 11.

potrzeb człowieka. Rozłączność obszaru matematyki i sztuki odchodzi dziś do lamusa zarówno za sprawą matematyków, jak i psychologów, filozofów społecznych⁴⁴, artystów. Potrzeba odejścia od izolowania sztuki oraz rozszerzenia pola estetycznego kontekstu sygnalizowana przez Arnolda Berleanta⁴⁵ otwiera nowe przestrzenie poznawcze również dla nauczania matematyki. Człowiek żyje w świecie matematycznym, a sztuka może ten świat polubić, oswoić, pomóc zrozumieć.

Przedstawiona egemplifikacja wybranych metafor myśli matematycznych wyrażonych fotografiami miała na celu ukazaniu pomysłów, które zdarzają się w codzienności szkolnej i pozaszkolnej. Tego rodzaju aktywności (mini-t) mają charakter propeedeutyczny w stosunku do późniejszego rozwiązywania problemów i przypuszczalnego procesu twórczego. Fotografowanie matematycznych prawidłowości, pojęć, sytuacji prowokujących do postawienia problemu *wzmacnia rozwój procesu widzenia i wyobrażania obiektów matematycznych*⁴⁶. Jednocześnie stanowi doskonały materiał do stworzenia narzędzi badawczych weryfikujących wybrane składniki kultury matematycznej ucznia. Narzędzia te wykorzystałam w sygnalizowanym wcześniej eksperymencie.

Włączenie fotografii do narzędzi poznawczych w obszarze codziennej matematyki szkolnej zachęca do nowej orientacji procesu nauczania. Od świadomej percepcji dzieł sztuki i kontemplacji w metaforycznym muzeum wyobraźni⁴⁷ możemy bowiem pójść dalej – do samodzielnej ekspresji artystycznej, która pozwala na łagodne i eleganckie przybliżenie się do chłodnej i wzniosłej myśli matematycznej, a w dalszych krokach – do samodzielnego konstruowania interpretowania znaczeń.

BIBLIOGRAFIA

Ablewicz K., *Hermeneutyka i fenomenologia w badaniach pedagogicznych*, [w:] *Orientacje w metodologii badań pedagogicznych*, red. S. Palka, WUJ, Kraków 1998.

Berger J., *Zrozumieć fotografię*, przeł. Olechnicki K., [w:] Frąckowiak M., Krajewski M., Olechowski K., *Badania wizualne w działaniu. Antologia tekstów*, Fundacja Nowej Kultury Bęc Zmiana, Warszawa 2011.

Berleant A., *Prze-myśleć estetykę*, przeł. M. Korusiewicz, T. Markiewka, Universitas, Kraków 2007.

Berleant A., *Wrażliwość i zmysły. Estetyczna przemiana świata człowieka*, przeł. S. Stankiewicz, Universitas, Kraków 2011.

⁴⁴ A. Berleant, *Prze-myśleć estetykę*, Universitas, przeł. M. Korusiewicz, T. Markiewka, Kraków 2007.

⁴⁵ A. Berleant, *Wrażliwość i zmysły. Estetyczna przemiana świata człowieka*, przeł. S. Stankiewicz, Universitas, Kraków 2011, s. 18.

⁴⁶ M. Makiewicz, *Postrzeganie obrazów matematycznych a wyobrażenia przestrzenne uczniów*, [w:] M. Makiewicz (red.), *Kulturotwórcze konteksty nauczania matematyki*. WN US. Szczecin 2007, s. 66.

⁴⁷ I. Wojnar, *Estetyka i wychowanie*. PWN, Warszawa 1971, s. 307.

Bohnsack R., *Dokumentarna interpretacja obrazu – w stronę rekonstrukcji ikonicznych zasobów wiedzy*, [w:] Krzychała S. (red.), *Spoleczne przestrzenie doświadczenia – metoda interpretacji dokumentarnej*, Wydawnictwo Naukowe DSW, Wrocław 2004.

Bronowski J., *Źródła wiedzy i wyobraźni*, przeł. S. Amsterdamski, PIW, Warszawa 1984.

Brühlmeier A., *Kształtowanie człowieka. 27 kamyczków jednej mozaiki. Impulsy do kształtowania modelu edukacji zgodne z zasadami sformułowanymi przez Johanna Heinricha Pestalozziego*, Impuls, Kraków 2011.

Ciesielski K., Pogoda Z., *Diamenty matematyki*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997.

Draaisma D., *Machina metafor. Historia pamięci*, przeł. R. Pucek, Aletheia, Warszawa 2009.

Duraj-Nowakowa K., *Metodologia systemową ofertą dla ewolucji tożsamości pedagogiki*, [w:] Lewowicki T. red., *Dylematy metodologiczne pedagogiki*. Materiały z obrad Sekcji I „Dylematy metodologiczne pedagogiki” I Zjazdu Pedagogicznego. Warszawa – Cieszyn 1995.

Euklides, *Euklidesa początków geometrii ksiąg ośmiorn, to jest sześć pierwszych, iedenasta i dwunasta z dodanemi przypisami dla pożytku młodzi akademickiej wytłumaczone przez Józefa Czecha*, Józef Zawadzki, Wilno 1817.

Klus-Stańska D., *Dzień jak co dzień. O barierach zmiany kultury szkoły*, [w:] *Wychowanie. Pojęcia. Procesy. Konteksty*. red. M. Dudzikowa, M. Czerepaniak-Walczak, Tom 5. GWP, Gdańsk 2010.

Klus-Stańska D., Kalinowska A., *Rozwijanie myślenia matematycznego uczniów klas młodszych*, Żak, Warszawa 2004.

Klus-Stańska D., *Światy dziecięcych znaczeń – poszukiwanie kontekstów teoretycznych*, [w:]

Klus-Stańska D. (red.), *Światy dziecięcych znaczeń*, Żak, Warszawa 2004.

Lakoff G., Johnson M., *Metafory w naszym życiu*, przeł. T. Krzeszowski, PIW, Warszawa 1988.

Kurina F., *Kultura matematyczna nauczyciela matematyki*, [w:] *Matematyka. Społeczeństwo. Nauczanie*, nr 6/1991.

Limont W., *Uczeń zdolny. Jak go rozpoznać i jak z nim pracować*, GWP, Sopot 2012.

Makiewicz M., *Elementy kultury matematycznej w fotografii*, KMDM US, Szczecin 2011.

Makiewicz M., *Matematyka w obiektywie. Kultura matematyczna dla nauczycieli*, WN US, Szczecin 2010.

Makiewicz M., *Mathematical photography in developing creativity of student*, [w:] *Trendy ve vzedlavani*, red. M. Chraska, M. Klement, C. Serafin, Olomouc 2006.

Makiewicz M., *Postrzeganie obrazów matematycznych a wyobraźnia przestrzenna uczniów*, [w:] *Kulturotwórcze konteksty nauczania matematyki*, red. M. Makiewicz, WN US, Szczecin 2007.

Makiewicz M., *Przykłady twórczych pomysłów uczniów fotografujących obiekty matematyczne*, [w:] *Osobowościowe i środowiskowe uwarunkowania rozwoju ucznia zdolnego*, red. W. Limont, J. Dreszer, J. Cieślukowska, WN UMK, Toruń 2010.

Makiewicz M., *Sztuka (w) matematycznej fotografii*, [w:] *Sztuka w służbie edukacji*. Zeszyty Naukowe Forum Młodych Pedagogów przy KNP PAN. Zeszyt 14, red. S. Jaskuła, Warszawa 2010.

Nęcka E., *Psychologia twórczości*, GWP, Gdańsk 2001.

Pardała A., *Wyobraźnia przestrzenna uczniów w warunkach nauczania szkolnej matematyki. Teoria, problemy, propozycje*, FOSZE, Rzeszów 1995.

Paulos J.A., *Analfabetyzm matematyczny i jego skutki*, przekł. J. Mięksiz, GWO, Gdańsk 2005.

Phink S., *Etnografia wizualna. Obrazy, media i przedstawienie w badaniach*. WUJ, Kraków 2007.

Przetacznik-Gierowska M., *Świat dziecka. Aktywność – Poznanie – Środowisko*, UJ, Kraków 1993.

Rose G., *Interpretacja materiałów wizualnych. Krytyczna metodologia badań nad wizualnością*, przeł. E. Klekot, WN PWN, Warszawa 2012.

Russel B., *Portrety z pamięci. Wartość wolnej myśli*, przekł. A. Chmielewski, *W kolorach tęczy*, Wrocław 1995.

Sawicki M., *Hermeneutyka pedagogiczna*, Semper. Warszawa 1996.

Schreiber P., *Mathematik in der bildenden Kunst des 20. Jahrhunderts*, [w:] *Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg*, red. G. Tischel, Band XXXII 2012.

Skurzyński K., *O matematyce. Nie tylko poważnie*. Nowik, Opole 2010.

Szmidt K.J., *Paula Torrance'a inkubacyjny model kształcenia uczniów zdolnych*, [w:] *Wybrane zagadnienia edukacji uczniów zdolnych*, t. 1. red. W. Limont, J. Cieślukowska, Impuls, Kraków 2005.

Sztompka P., Bogunia-Borowska M. (red.), *Socjologia codzienności*, Znak, Kraków 2008.

Stompka P., *Wyobraźnia wizualna i socjologia*, [w:] Bogunia-Borowska M., Stompka P. red., *Fotospoleczeństwo. Antologia tekstów z socjologii wizualnej*, Znak, Kraków 2012.

Szymański M. S., *Twórczość i style poznawcze uczniów*, WSiP, Warszawa 1987.

Tatarkiewicz W., *Dzieje sześciu pojęć*, PWN, Warszawa 1986.

Wojnar I., *Estetyka i wychowanie*, PWN, Warszawa 1971.

Wygotski L., *Myślenie i mowa*, PWN, Warszawa 1989.

Życiński J., *Świat matematyki i jej materialnych cieni*, Copernicus Center Press, Kraków 2013.

Author: Małgorzata Makiewicz

Title: Mathematical thought expressed in photography. Inspirations for a pedagogical experiment.

Key words: teaching mathematics, mathematical culture, cognitive photography, mathematical photoeducation.

Discipline: Pedagogics

Language: Polish

Document type: Article

Abstract

The article sets a road map for an experimental research on the impact of the use of photographic images in teaching mathematics on the mathematical culture development of students. The included titles and descriptions are matched with visual (photo) metaphors which helps in reconstructing the cognitive process of the authors. This creates a foundation for implementing new methods in teaching mathematics based on photographic education.

