

Janusz Uchmański

MATEMATYCZNOŚĆ BIOLOGII

STRESZCZENIE

Matematyka w naukach przyrodniczych stosowana jest jako bardzo użyteczny język. Fizyka odnosiła i odnosi ogromne korzyści z używania języka matematycznego, mając przy tym duży wpływ na rozwój matematyki. Natomiast stopień matematyzacji biologii jest niewielki – biologia nie ma wpływu na matematykę. W biologii stosuje się te metody matematyczne, których używa się do opisu układów fizycznych. Czy nie popełniamy w ten sposób błędu? A może biologia wymaga zupełnie nowych metod matematycznych dostosowanych do potrzeb tej złożoności, którą reprezentują układy biologiczne.

Słowa kluczowe: matematyzacja biologii, matematyka, biologia.

1. MATEMATYKA JAKO JĘZYK OPISU PRZYRODY

Dla tego, kto zajmuje się praktyczną stroną zastosowań matematyki w biologii, kto buduje modele matematyczne zjawisk i procesów biologicznych, matematyka jest przede wszystkim językiem. O przyrodzie można mówić posługując się różnymi językami. Biolodzy najczęściej używają języka naturalnego wzbogaconego o pewną liczbę specjalistycznych terminów. Biologia odnosiła ogromne sukcesy w wyjaśnianiu przyrody opisując ją właśnie w języku naturalnym. Dowodem słuszności tego stwierdzenia nie może być darwinowska teoria ewolucji. Ta bowiem, mimo że sformułowana w języku naturalnym w połowie XIX wieku, ugruntowana została ostatecznie prawie sto lat później właśnie dzięki matematycznym modelom genetyki populacyjnej. Jednakże z pewnością można wskazać wiele osiągnięć biologii, w których matematyka nie miała udziału.

Jednakże posługiwanie się językiem matematycznym daje ogromne praktyczne korzyści, o które trudno, jeśli opisujemy przyrodę językiem naturalnym. W pewnym sensie łatwiej jest zajmować się nauką, jeśli potrafimy używać języka matematycznego. Z całą pewnością jest tak, że język matematyczny pozwala nam używać do budowy hipotez dobrze zdefiniowanych procedur. Każdy bowiem model matematyczny jest sformułowaniem pewnej

hipotezy. Język matematyczny dostarcza także metod weryfikacji hipotez sformułowanych w ten sposób. Znacznie łatwiej jest dowieść nieprawdziwości hipotezy lub jej prawdziwości, jeśli jest ona sformułowana w języku matematycznym.

Możliwość opisu przyrody językiem matematycznym pobudza również nas do sformułowania znacznie głębszych refleksji niż tylko zadowolenie z praktycznych korzyści wynikających z jego stosowania (Heller 2014). Możemy bowiem wyrazić dziwienie, dlaczego w ogóle jest tak, że przyroda daje się opisywać językiem matematycznym (Heller i Życiński 2010). Matematykę można przyrównać do muzyki lub poezji, czyli tych dziedzin ludzkiej twórczości, które nie są obwarowane warunkiem zgodności z realnym światem. A mimo to język matematyki nadaje się do opisu świata. Refleksja ta, pełna zdziwienia a czasem zachwyty, była różnie formułowana w zależności od poglądów autora. Czasem jako zdanie: „Księga przyrody pisana jest w języku matematyki”, a czasami w formie zawierającej jeszcze więcej treści: „Pan Bóg myśli matematycznie”. Stad już tylko jeden krok do zapytania, czy można myśleć o obiektach, którymi zajmuje się matematyka, jako o realnie istniejących.

2. FIZYKA A MATEMATYKA

Wszystkie te zalety języka matematycznego od stuleci wykorzystywane są przez fizykę, naukę w największym stopniu zmatematyzowaną. Odniosła ona i odnosi w dalszym ciągu ogromne korzyści ze stosowania metod matematycznych. Nie można sobie wyobrazić fizyki bez matematyki. Te stwierdzenia odnoszą się w takim samym stopniu do techniki, którą zresztą zasadnie jest uznać za dziedzinę zastosowań fizyki.

Wzajemny stosunek matematyki i fizyki przypomina relację między gatunkami biologicznymi pozostającymi w związku mutualistycznym. Każda ze stron czerpie korzyści z tego kontaktu. Metody matematyczne fizyki to bardzo bogaty i różnorodny zbiór narzędzi do opisu przyrody nieożywionej, dzięki którym powstał specjalny dział fizyki zwany fizyką teoretyczną, a ta umiejętnie i zgodnie wspierana przez tak zwana fizykę doświadczalną doprowadziła do ogromnych sukcesów fizyki na przestrzeni ostatnich stuleci. Z powodu zastosowaniu matematyki jako języka fizyka była przez cały ten czas wzorem nauki przyrodniczej, co znalazło odbicie w tym, że jeśli rozważamy zagadnienia z filozofii nauki lub filozofii przyrody, to głównie posługujemy się przykładami zaczerpniętymi z fizyki.

Z kolei matematyka w znacznym stopniu zawdzięcza swój rozwój zapotrzebowaniu ze strony fizyki. Niech przykładem będzie tu powstanie takich dziedzin matematyki, jak na przykład teoria układów dynamicznych, czyli teoria równań różniczkowych i różnicowych, która swoje początki zawdzię-

cza fizycznym problemom, jakie stanęły przed Izaakiem Newtonem, a później wielokrotnie znajdowała inspirację w kontakcie z fizyką. Przypomnijmy tu choćby nie tak odległą historię pojawienia się teorii chaosu deterministycznego.

Fizyka daje także filozofom okazję do zastanawiania się nad głębszymi aspektami możliwości zastosowania matematyki w naukach przyrodniczych. Szczególnie ci – jak kosmolodzy i fizycy świata mikro – zajmujący się tymi obszarami przyrody, które wymykają się naszemu zmysłowi z racji rozmiarów, odległości lub czasu trwania są skłonni do zastanawiania się nad „cudem” matematyzacji fizyki i realnością tworców matematycznych. To także jest przykład korzyści, jakie nauka traktowana bardzo ogólnie jako źródło naszych poglądów na świat czerpie z bardzo udanego małżeństwa fizyki i matematyki.

3. BIOLOGIA A MATEMATYKA

W biologii sytuacja jest zupełnie inna. Stopień matematyzacji biologii jest niewielki. Biologia w dalszym ciągu posługuje się przede wszystkim językiem naturalnym. Żadna teoria biologiczna, ani nawet żadna hipoteza biologiczna nie zostały pierwotnie sformułowane w języku matematycznym i nie weszły w takiej formie do kanonu nauki. Najważniejsza teoria biologii, tj. teoria ewolucji drogą doboru naturalnego została przedstawiona przez Darwina w języku naturalnym. Później pojawiały się modele matematyczne stanowiące jej wsparcie, ale zawsze dotyczyły one tylko pewnego aspektu teorii ewolucji, nigdy jej całości. Teoria ta nigdy nie została w całości przedstawiona w języku matematycznym.

Nie obserwujemy też wzajemnego wpływu między biologią a matematyką, tak wyraźnego i charakterystycznego dla relacji między fizyką i matematyką. Biologia ma bowiem bardzo mały, albo mówiąc dokładniej nie ma żadnego wpływu na matematykę. Biologia nie zgłasza prawie żadnych swoich potrzeb matematyce, a ta z kolei nie tworzy niczego wyłącznie na potrzeby biologii.

Czyżby więc Pan Bóg tworząc zwierzęta, rośliny i na końcu człowieka przestał myśleć matematycznie?

4. PYTANIA

Biologia używa metod matematycznych stworzonych na potrzeby fizyki i techniki. Dokładniej, biolodzy najchętniej sięgają do arsenału równań różniczkowych i różnicowych oraz do niektórych metod używanych do opisu procesów stochastycznych. Nie ulega wątpliwości, że wiele zjawisk i proce-

sów biologicznych to zjawiska i procesy w istocie fizyczne odbywające się w biologicznym środowisku. Przykładem jest opis przepływu krwi przez naczynia krwionośne. Prawo Bernoulliego ujmuje związek między przekrojem naczynia, przez który płynie ciecz, a jej prędkością i ciśnieniem wywieranym przez ciecz na ściany tego naczynia, a równanie ciągłości będzie opisywało istotę przepływu. Jedyną komplikacją, jaką wprowadza do tego procesu biologia, jest zwiększona lepkość płynącej krwi i zmienione warunki brzegowe w postaci elastycznych ścian naczyń krwionośnych. Sądzę jednak, że w tym przypadku to, co wiedzą fizycy, w zupełności wystarcza, aby dać sobie radę z matematycznym opisem powyższych komplikacji wprowadzanych przez biologię

Czy jednak do opisu wszystkich zjawisk i procesów biologicznych można używać metod matematycznych właściwych fizyce i technice? Spoglądając w stronę ekologii rozumianej jako nauka o życiu zwierząt i roślin w ich naturalnym środowisku należałoby zapytać, czy do opisu dynamiki populacji i zespołów wielogatunkowych można stosować te metody matematyczne, które tradycyjnie są tam używane. Od lat bowiem dwudziestych ubiegłego wieku ekolodzy posługują się narzędziami z arsenału równań różniczkowych i różnicowych: równaniem logistycznym i modelem Volterry (May, MacLean 2007). Stosując te metody trzeba jednak zdefiniować zmienną stanu. Jest nią w tym przypadku zagęszczenie populacji, czyli liczba osobników na jednostkę przestrzeni. Można się jednak zapytać, czy jest to wystarczająca charakterystyka układu ekologicznego. Czy nie jest to zbyt daleko idące uproszczenie zakładające swojego rodzaju ciągłość struktury układu, która razem z ciągłością czasowego przebiegu procesu (w przypadku równań różniczkowych) daje być może fałszywy obraz rzeczywistości.

Niektórzy uważają, że jest to tylko problem dokładności opisu zjawisk i procesów biologicznych. Proponując zastosowanie modeli ze strukturą wieku i wielkości osobników w przypadku opisanym w poprzednim akapicie argumentują, iż problem leży wyłącznie w sferze odpowiedniego dostosowania metody do opisywanego problemu, a nie w ogólnej adekwatności samej metody (Ebenman, Persson 1988).

Inni z kolei wątpią, czy równania różniczkowe i różnicowe, nawet w znacznie bardziej wyrafinowanej postaci niż proste równanie logistyczne i model Volterrowski, w swojej istocie są odpowiednim narzędziem do opisu dynamiki układów ekologicznych. Nikt bowiem nigdy nie próbował stosować ich do opisu dynamiki drzewostanu, gdzie relacje przestrzenne między drzewami są najistotniejszym czynnikiem kształtującym tę dynamikę. Może równania różniczkowe i różnicowe nadają się wyłącznie do opisu dynamiki mikroorganizmów, u których indywidualność poszczególnych osobników odgrywa najmnijszą rolę.

Problem powyższy ma znacznie głębszy wymiar niż tylko to, czy metoda matematyczna została odpowiednio wybrana. Zwykle bowiem szukając

metody zastanawiamy się nad znanymi nam cechami opisywanego układu. W powyższych ekologicznych przykładach będą to cechy osobników i interakcji między nimi. Jednakże użycie konkretnej metody matematycznej oznacza w istocie przypisanie opisywanemu układowi dodatkowych cech, takich, których badanie umożliwia zastosowana metoda matematyczna, a istnienia których wcześniej nie zakładaliśmy. W przypadku równań różniczkowych będą to bardzo konkretne i dokładnie przez matematyków sklasyfikowane sposoby zmian zagęszczenia populacji, które w większości przypadków sprowadzają się do różnego rodzaju przejawów stabilności układów ekologicznych. Pojawia się jednak pytanie, czy nie jest to narzucanie układowi właściwości, jakich on w rzeczywistości nie posiada, a które wynikają wyłącznie z użycia tej a nie innej metody matematycznej. Nie mamy bowiem dobrych empirycznych dowodów na to, że układy ekologiczne charakteryzują się taką cechą jak stabilność dynamiki liczebności tworzących je gatunków. W ostatnim czasie pojawił się nawet pogląd o konieczności wprowadzenia tak zwanej nierównowagowej ekologii (Rhode 2005).

Wszystko to być może świadczy o konieczności poszukiwania innych, prawdopodobnie jeszcze nieznanymi matematyce metod matematycznych, które będzie można zastosować do opisu układów ekologicznych. Zanim jednak zacznemy takie poszukiwania warto przejrzeć istniejące metody i modele matematyczne, które – być może jeszcze nie używane przez fizyków – będą się nadawały do opisu układów biologicznych. Swego czasu sytuacja taka miała miejsce z teorią gier, marginesową teorią matematyczną używaną do opisu konfliktów zbrojnych, która uzyskała nowe życie po tym, kiedy odkryli ją biologowie ewolucyjni. Mało tego, teoria ta zyskała na kontakcie z biologią, gdyż dopiero wtedy pojawiło się pojęcie strategii ewolucyjnie stabilnej.

Układy biologiczny – od poziomu molekularnego aż do ekologicznego – to niewątpliwie układy złożone. Czy ich złożoność polega na tym samym, w czym zasadza się złożoność układów fizycznych i technicznych. Być może właśnie w tym tkwi istota problemu. Może bowiem okazać się, że metody matematyczne używane do opisu układów fizycznych i technicznych kapitulują przed tym stopniem i rodzajem złożoności, którym charakteryzują się układy biologiczne. Przyjrzyjmy się układowi ekologicznemu i wybierzmy najprostszy z nich – pojedynczą populację. Z całą pewnością nie przypomina ona populacji cząstek fizycznych. Biologiczne osobniki są produktem doboru naturalnego, co z matematycznego punktu widzenia sprowadza się do tego, że ich cechy są rezultatem pewnego rodzaju procesu optymalizacji. Osobniki mają „cel”: rozmnażają się produkując swoje kopie. Osobniki, rozwijając się i rosnąc, przechodzą kolejne stadia w cyklu życiowym, co oznacza, że ich właściwości zmieniają się z biegiem czasu. Do tego i do produkcji potomstwa potrzebują zasobów, o które muszą konkurować z innymi osobnikami, choć konkurencja nie wyczerpuje listy wszystkich możliwych interakcji między osobnikami. W interakcjach z innymi osobnikami kierują się pewnymi stra-

tegiami i podejmują decyzje. Na koniec osobniki umierają. Słowem ich los niewiele różni się od tego, jak wygląda nasze ludzkie życie. Jest to trochę przejawskrawiony argument przemawiający za tym, że biologiczna populacja w niczym nie przypomina populacji fizycznej – cząstek gazu (nawet niedoskonałego) zamkniętych w naczyniu.

W ekologii ci, którzy sądzą, że dynamiki układów ekologicznych nie da się opisać dotychczas używanymi modelami matematycznymi, zaczęli tworzyć tak zwane modele osobnicze (*individual-based models* – IBM, (Uchmański i Grimm 1996; Grimm i Railsback 2005)). Istota tego „osobniczego” podejścia sprowadza się do prostego spostrzeżenia, wspomnianego tu zresztą już wcześniej: układy ekologiczne składają się z osobników. To, że ekolodzy dostrzegli to tak późno, jest zadziwiające, ale z drugiej strony można uznać to za rezultat naturalnego procesu (Uchmański i in. 2008), jeśli weźmie się pod uwagę punkt wyjścia, czyli pojawienie się klasycznych modeli ekologicznych w latach dwudziestych ubiegłego wieku, później długi i, jak sądzę, nieudany proces tworzenia na tej bazie spójnej teorii i na koniec równoległy rozwój biologii ewolucyjnej, gdzie pozycja osobnika jest szczególna. Problem z modelami osobniczymi jest jednak innego rodzaju. Są to bowiem najczęściej modele bardzo skomplikowane, a więc ich analityczne rozwiązanie nie jest możliwe. Musimy za każdym prawie razem uciekać się do symulacji komputerowych. Są to zatem mało eleganckie z matematycznego punktu widzenia modele symulacyjne ze wszystkimi ich niedoskonałościami, z których najważniejsza to fakt, że opisują one zdarzenia jednostkowe bez możliwości szerszego ich uogólnienia. Powiększający się zakres stosowania symulacji komputerowych w biologii zwraca uwagę na konieczność przeanalizowania ich znaczenia w tej dziedzinie wiedzy. Być może jesteśmy w biologii skazani wyłącznie na modele symulacyjne. Jeśli tak, to w jaki sposób wtedy z biologii uczynić „porządnie” zmatematyzowaną naukę przyrodniczą. Sądzę, że pozycja symulacji komputerowych w procesie matematyzacji nauk biologicznych staje się jeszcze ważniejszym problemem, jeśli weźmie się pod uwagę łatwość, z jaką można obecnie budować tego typu modele.

Wszystko to, co zostało tu powiedziano o trudnościach związanych z matematyzacją biologii, nie oznacza, że w historii tej dziedziny wiedzy nie było przykładów udanego zastosowania modeli matematycznych. Przypomnijmy sobie w tym miejscu ponownie historię tworzenia w pierwszej połowie ubiegłego wieku syntetycznej teorii ewolucji. To właśnie dzięki modelom genetyki populacyjnej udało się pokazać, że możliwe jest owocne połączenie hipotezy o doborze naturalnym ze zdobyczami współczesnej genetyki. Było to zdarzenie o ogromnym znaczeniu dla ugruntowania teorii ewolucji biologicznej. Pewnie parę podobnych przykładów z historii biologii można jeszcze wskazać. Ich istnienie nie oznacza jednak, że język matematyczny jest powszechnie używany w biologii, a sama biologia zaczyna przypominać fizykę, jeśli chodzi o stopień jej matematyzacji. Przykłady udanych modeli matema-

tycznych zbudowanych w biologii nie przekreślają wszystkich problemów związanych z matematyzacją biologii, które w tej pracy zostały omówione. W pewnym sensie nawet je uwypuklają, bo oznaczają, że coś jednak można zrobić, tylko dłaczego nie w takim zakresie jak w fizyce.

Biologia jest dla matematyków inspiracją. Tam, gdzie nie ma tradycji ciągłej i szerokiej współpracy między biologami i matematykami, jest to najważniejsza rola biologii w próbach kształtowania matematyki. Nie można tego nie doceniać, choć zwykle jest tak, że biologia rzeczywiście jest wyłącznie inspiracją. Pojawia się na początku twórczego procesu, a później matematyk jest sam na sam ze swoim modelem o biologicznych korzeniach. Ponieważ prawie zawsze potrzebuje on równania do rozwiązania, a problemy biologiczne zwykle albo są trudne do ujęcia w postaci równania lub równanie jest trudne do rozwiązania, to następuje teraz proces upraszczania problemu, który najczęściej polega na poszukiwaniu jakiegoś rozwiązania granicznego: albo rozważane jest rozwiązanie dla nieskończenie dużej liczebności, albo po nieskończenie długim czasie. Rozwiązanie takiego uproszczonego problemu może być bardzo interesujące z punktu widzenia matematyki, ale zwykle do biologii nie wnosi już nic, gdyż uproszczenia konieczne dla rozwiązania równania zwykle zbyt daleko oddalają matematyczny opis od biologicznej rzeczywistości.

5. PEWNA OBSERWACJA SOCJOLOGICZNA ZAMIAST ZAKOŃCZENIA

Zastosowaniami matematyki w ekologii zajmuję się od bardzo dawna. W tym okresie miałem możliwość obserwowania zmagania biologii i matematyki. Z rozczarowaniem muszę stwierdzić, że wszystkie problemy z tym związane, które dostrzegalem na początku mojej drogi zawodowej (Uchmański 1980), w dalszym ciągu pozostają nierozwiązane.

W pokoleniu profesorów biologii, od których uczyłem się właśnie tej dziedziny wiedzy, prawie bez wyjątku obserwowałem ogromne i autentyczne zrozumienie konieczności stosowania metod matematycznych w biologii. Wspominam tu szczególnie profesorów Romualda Z. Klekowskiego i Adama Urbanka. Może z jednym tylko wyjątkiem, kiedy to modelowanie matematyczne było prozaicznie tylko sposobem na zrobienie kariery, przedstawiciele tego pokolenia wierzyli, że matematyzacja jest naturalną drogą, którą powinna przejść każda nauka przyrodnicza, w tym także biologia i starali się tworzyć warunki do postępu tego procesu, a niektórzy sami nie będąc matematykami wspierani siłami profesjonalistów budowali nawet modele matematyczne (Klekowski i Menshutkin 2002). Pokolenie, które obecnie doszło do głosu w biologii (mam tu na myśli wyłącznie sytuację w Polsce) postęp widzie raczej bez wyjątku w rozwoju technologii i mnożeniu prostych obserwacji.

Czego jest to dowodem? Czy jest to wynik błędów w kształceniu młodzieży i wadliwej selekcji kandydatów na studia biologiczne. A może niewłaściwego systemu zarządzania nauką. Przyczyna może być jednak znacznie głębsza. Może matematyką przegrała swoją szansę w biologii, dlatego że nie da się zmatematyzować biologii na podobieństwo fizyki. Język matematyczny nie jest bowiem językiem biologii i nie stanie się nim w przyszłości.

BIBLIOGRAFIA

- B. Ebenman, L. Persson (red.), *Size-structured Populations. Ecology and Evolution*, Springer-Verlag, New York 1988.
- V. Grimm, S. Reilback, *Individual-based Modeling and Ecology*, Princeton University Press, Princeton 2005.
- M. Heller, *Granice nauki*, Copernicus Center Press, Kraków 2014.
- M. Heller, J. Życiński, *Matematyczność przyrody*, Petrus, Kraków 2010.
- R. Z. Klekowski, V. V. Menshutkin, *Modelowanie komputerowe w ekologii*, Towarzystwo Naukowe KUL, Lublin 2002.
- R. May, A. MacLean, *Theoretical Ecology, Principles and Applications*, Oxford University Press, Oxford 2007.
- K. Rhode, *Nonequilibrium Ecology*, Cambridge University Press, Cambridge 2005.
- J. Uchmański, *Czy matematyka jest językiem ekologii?* *Wiadomości Ekologiczne*, 26, 1980, s. 221–231.
- J. Uchmański, V. Grimm, *Individual-based Modelling in Ecology: What Makes the Difference?* *Trends in Ecology and Evolution*, 11, 1996, s. 437–441.
- J. Uchmański, K. Kowalczyk, P. Ogródowczyk, *Evolution of Theoretical Ecology in Last Decades: Why Did Individual-based Modelling Emerge*, *Ecological Questions*, 10, 2008, s. 13–18.

MATHEMATICAL NATURE OF BIOLOGY

ABSTRACT

In natural sciences mathematics is used as a very useful language. Great achievements of physics are related to the application of mathematical methods. Physics has also great influence on the development of mathematics. The degree of the application of mathematics in biology is very small. Biology has no influence on mathematics. Mathematical methods used to describe physical systems are also used to describe biological systems. It can be a mistake. May be biology needs entirely new mathematical methods appropriate for describing the complexity of biological systems?

Keywords: mathematics, biology, mathematical nature of biology.

O AUTORZE – profesor zw., afiliacja: Instytut Ekologii i Bioetyki, Wydział Filozofii Chrześcijańskiej, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego, Wóycickiego 1/3, 01–938 Warszawa.

E-mail: j.uchmanski@uksw.edu.pl