

KESRA NERMEND

WIELOKRYTERIALNA METODA WEKTORA PREFERENCJI JAKO NARZĘDZIE WSPOMAGAJĄCE PROCES DECYZYJNY

1. WPROWADZENIE

W literaturze przedmiotu proponowane są różne metody służące wspomaganie podejmowania decyzji. Wybierając, np. różnego rodzaju dobra i usługi związane z codziennym funkcjonowaniem (przykładowo kupując samochód czy wycieczkę, wybierając firmę ubezpieczeniową), konsument potrzebuje odpowiedniej metody umożliwiającej dokonanie właściwego wyboru na podstawie wielu kryteriów. W większości przypadków konsumenci są manipulowani przez producentów i sprzedawców, co utrudnia im wybór zgodny z ich preferencjami. Wykorzystanie metod wspomagających podejmowanie decyzji może pomóc konsumentowi dokonać wyboru w sposób bardziej racjonalny.

Istnieją różne szkoły zajmujące się metodami wspomagającymi proces podejmowania decyzji: szkoła francuska, belgijska, polska, amerykańska. W ramach szkoły francuskiej opracowano grupę metod ELECTRE (szerzej są one opisane w pracach Duckstein, Gershon, 1983; Grolleau, Tergny, 1971; Karagiannidis, Moussiopoulos, 1997; Mousseau i inni, 2001; Roy, 1968; Vallée, Zielniewicz, 1994). Metoda PROMETHEE (Scharlig, 1996) jest rozwijana przez szkołę francuską i belgijską, natomiast metody AHP (Saaty, 1980), ANP (Saaty, 2005) są tworzone przez szkołę amerykańską. Na świecie szeroko stosuje się również metodę TOPSIS do rangowania i wyboru obiektów (Jahanshahloo i inni, 2006; Hwang, Yoon, 1981). Niniejszy artykuł opierając się głównie na szkole polskiej koncentruje się na metodach rangowania wywodzących się od metody Hellwiga (1968), rozwijanych następnie przez różnych naukowców.

Metoda Hellwiga znalazła wiele zastosowań, do których można zaliczyć między innymi: konstrukcję zmiennych syntetycznych w procesie modelowania ekonometrycznego (Bartosiewicz, 1984), określanie jakości wyrobów (Borys, 1984), badanie rozwoju regionów (Młodak, 2006; Nermend, 2006; Nermend, 2008a; Strahl, 2006), badanie poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (Kompa, Witkowska, 2010), ocena efektywności finansowej giełd (Kompa, 2014), badanie atrakcyjności inwestycji giełdowych (Tarczyński, Łuniewska, 2006), badanie efektywności chińskich banków (Witkowska, 2010), badanie popytu na elektroniczne dobra trwałego użytku w Polsce (Dittman, Pisz, 1975), badanie zapotrzebowania na kadry kwalifikowane (Cieślak,

1974; Cieślak, 1976), syntetyczna ocena działalności przedsiębiorstw (Pluta, 1977), badanie rozwoju społeczno-gospodarczego krajów świata (Grabiński i inni, 1989), badanie poziomu produkcji rolnej w wybranych krajach europejskich (Nowak, 1990) oraz atrakcyjności inwestycji na przykładzie spółek notowanych na GPW w Warszawie (Tarczyński, 2004). Do szkoły polskiej można również zaliczyć metody bezwzorcowe indukowane przez wykresy radarowe, zaproponowane w pracy Binderman i inni (2008). Metody te posłużyły między innymi do opracowania mierników syntetycznych zróżnicowania polskiego rolnictwa (Binderman, 2011). Stosowanie metody budowy miary syntetycznej Hellwiga ogranicza użycie wzorca, który musi być obiektem pod każdym względem najlepszym. Wyklucza to stosowanie wzorców rzeczywistych i wykazuje czułość budowanych miar syntetycznych na pojawienie się (w zbiorze badanych obiektów) jednostek o nietypowo dużych wartościach współrzędnych, które mogą zasadniczo wpłynąć na wyniki rangowania.

Zastosowanie rzutowania ortogonalnego do budowy miary syntetycznej zaproponowała w swojej pracy Kolenda (2006). Metoda ta posiada dwa warianty nazwane II i III ścieżką rozwoju Hellwiga. Oba warianty, podobnie jak metoda Hellwiga, wymagają zdefiniowania odległości między dwoma punktami. Metoda zaproponowana przez Kolendę, usprawniła metodę Hellwiga o możliwość wykorzystania wzorców rzeczywistych, które nie muszą być najlepszymi obiektami w rozpatrywanym zbiorze obiektów. W pracach Nermend (2007, 2008d) zaproponowano wykorzystanie własności rachunku wektorowego do budowy wektorowej miary syntetycznej (ang. Vector Measure Construction Method – VMCM) w oparciu o definicję iloczynu skalarnego bez odwoływania się do miary odległości. Upraszcza to procedurę wyliczania miary, dając możliwość stosowania dowolnych przestrzeni wektorowych, w której zdefiniowano iloczyn skalarny, bez dodatkowego warunku co do istnienia miary odległości. Dodatkową zaletą tej metody jest prostsza forma, co ma duże znaczenie tam, gdzie przy niewielkiej mocy obliczeniowej komputera, konieczne jest obliczenie miary syntetycznej dla dużej liczby obiektów. W publikacji Borawski (2012) zdefiniowano, w ramach arytmetyki przyrostów, iloczyn skalarny dla liczb dwuelementowych, w skład których wchodzi wartość średnia i odchylenie standardowe. Taki iloczyn skalarny może posłużyć do budowy miary syntetycznej, co zostało przedstawione w pracy Nermend (2012). Dzięki takiemu podejściu można uzyskać dodatkową informację użyteczną przy interpretacji wyniku. W pracy Nermend, Tarczyńska-Łuniewska (2013) wykorzystano zaproponowany przez Borawskiego iloczyn skalarny do budowy miary syntetycznej na potrzeby badania jednorodności przestrzennej i czasowej rozwoju obiektów społeczno-gospodarczych, a w publikacji Łatuszyńska (2014) do oceny stopnia rozwoju społeczeństwa informacyjnego.

Proponowana metoda budowy miar wektorowych (Nermend, 2008c) może być wykorzystywana nie tylko do rangowania obiektów społeczno-gospodarczych, lecz może być użyta wszędzie tam, gdzie zachodzi konieczność pomiaru danej wielkości wzdłuż zadanego kierunku. Przykładem takiego zastosowania jest pomiar określonego

koloru w pikselach obrazu. Pomiar ten ma znaczenie dla procedury usuwania dominującego zabarwienia obrazu, wynikającej z różnego koloru światła białego.

Miary syntetyczne opierające się na wyliczaniu odległości od wzorca mają pewne ograniczenia. Główny problem stanowi pojawianie się obiektów nietypowych (Nermend, 2008b), tzn. takich, których wartości cech nie są porównywalne z analogicznymi cechami innych badanych obiektów. W takiej sytuacji maleje obiektywność tworzonej miary syntetycznej ze względu na silny wpływ mało reprezentatywnych obiektów na położenie wzorca, co w konsekwencji decyduje o wynikach rangowania. Problemem jest również dodanie nowego obiektu do zbioru badanych obiektów. Wymaga to ponownego wykonania procedury badawczej, gdyż zbiór obiektów badanych jest zamknięty. Wzorcem nie może być obiekt rzeczywisty, ponieważ jest takie niebezpieczeństwo, że istnieje lepszy obiekt spośród badanego zbioru. Nie jest też możliwe odniesienie badań przeprowadzonych w jednym roku do badań w innych latach ze względu na różne wzorce. W takiej sytuacji konieczne jest przeprowadzenie osobnych badań, w których wzorzec wyznacza się wspólnie.

Metoda VMCM wykorzystująca rachunek wektorowy posiada następujące cechy uzupełniające ograniczenia jakie są w metodzie Hellwiga:

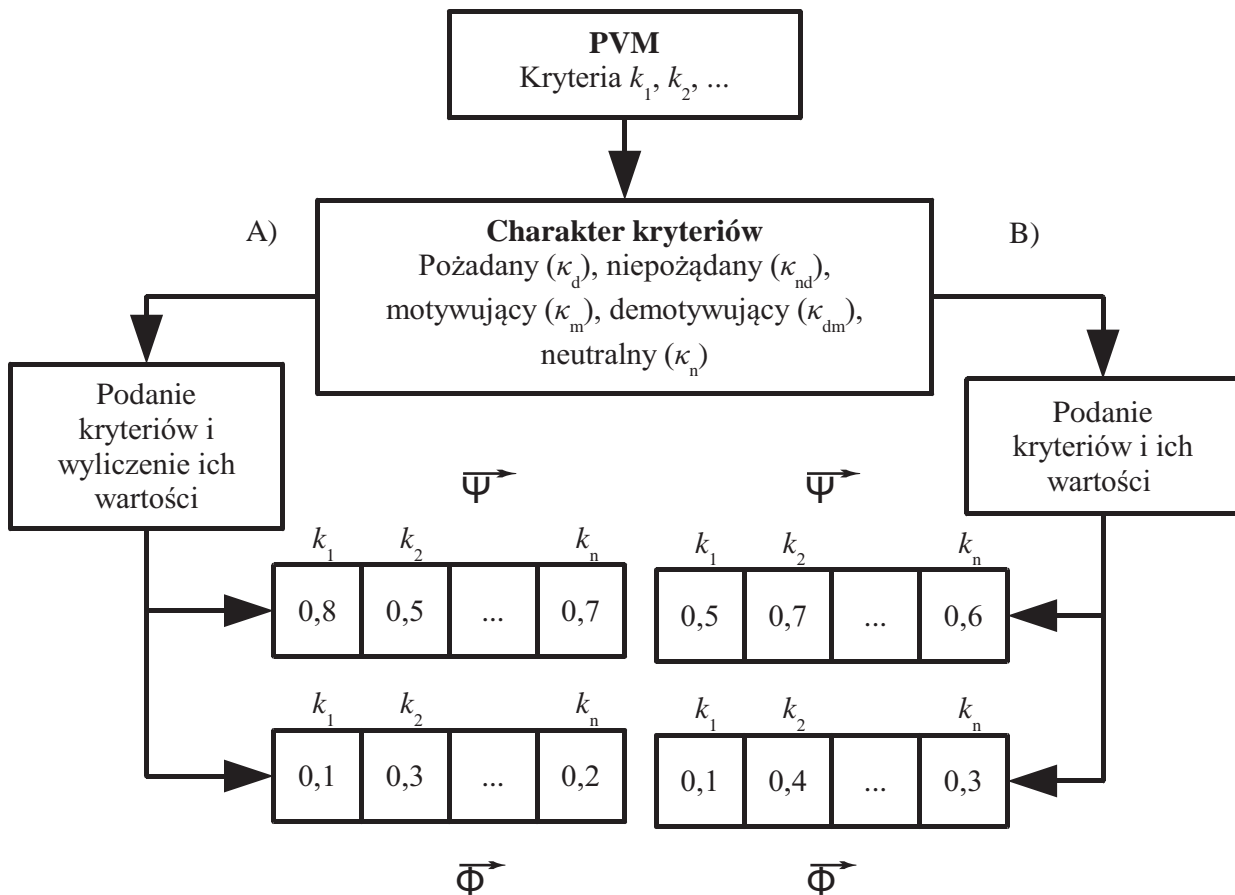
- miara nie jest ograniczona ani od dołu ani od góry, przez co dopuszcza obiekty lepsze od wzorca,
- umożliwia dołączanie obiektów spoza próby bez potrzeby budowy nowego wzorca,
- jest bardziej wrażliwa na dynamikę zmian,
- umożliwia badanie dynamiki.

Metoda VMCM po niewielkich zmianach może być wykorzystywana jako narzędzie rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych. Celem artykułu jest przedstawienie podstaw teoretycznych i matematycznych metody wektora preferencji PVM (ang. Preference Vector Method), wywodzącej się z metody VMCM i służącej do wyboru wariantów decyzyjnych na podstawie kryteriów podanych przez decydenta. W artykule przeprowadzono również porównanie metody PVM z innymi metodami o podobnym charakterze oraz zaprezentowano przykład empiryczny pokazujący jej działanie na tle metody ELECTRE II.

2. OPIS TEORETYCZNY I MATEMATYCZNY METODY PVM

Podczas rozwiązywania problemów decyzyjnych z wykorzystaniem metody wektora preferencji PVM decydent może wyrazić swoje preferencje w rozmaitych postaciach. Na rysunku 1 przedstawione są przykładowe warianty rozwiązywania problemów decyzyjnych:

- Wariant A. Decydent podaje nazwę i charakter kryteriów. Reszta procedury obliczeniowej odbywa się w sposób automatyczny bez udziału decydenta.
- Wariant B. Decydent podaje nazwę kryteriów decyzyjnych oraz ich wartości dla obiektów spełniających jego oczekiwania oraz tych, które nie spełniają.



Rysunek 1. Wybrane możliwe warianty PVM przeznaczone do rozwiązywania problemów decyzyjnych (k_i – i -te kryterium, $\bar{\Psi}$ – motywujący wektor preferencji, $\bar{\Phi}$ – demotywuujący wektor preferencji)

Źródło: opracowanie własne.

Dla większości wariantów procedura badawcza przy obliczaniu PVM składa się z sześciu podstawowych etapów: wyboru kryteriów, określenia charakteru kryteriów, normowania wartości kryteriów, wyznaczania wektora preferencji oraz budowy rankingu.

2.1. ETAP I. WYBÓR KRYTERIÓW

Wybór kryteriów jest związany z preferencjami decydenta. Kryteria dobiera się w zależności od rodzaju sytuacji decyzyjnej. Dla wielu sytuacji decyzyjnych jest możliwe określenie stałego zbioru kryteriów, które mogą być wykorzystywane w podobnych przypadkach. Kryteria oznaczane dalej będą za pomocą małej litery k_i (indeks oznacza numer kryterium). Kryterium określa cechy obiektów, które powinny dać się wyrazić w sposób ilościowy. W pracy obiekty będą dalej oznaczane, jako \bar{X}_j , gdzie j oznacza numer obiektu. Przykładowo, kryteriami opisującymi samochody

mogą być dla decydenta: spalanie paliwa, moc silnika itp. Kryteria te wyrażone są wartościami x_{ij} (wartość i -tego kryterium j -tego obiektu).

Na podstawie określonych kryteriów tworzony jest zbiór wartości kryteriów dla obiektów. Na początku należy wyeliminować wszystkie kryteria, których rozpiętość (lub odchylenie standardowe) jest równe zero. Kryteria takie nie mają wielkiego wpływu na wynik badań, lecz mogą powodować komplikacje podczas obliczeń, spowodowane dzieleniem przez zero. Może ono pojawić w przypadku normowania z użyciem odchylenia standardowego lub rozpiętości. Eliminacje kryteriów realizuje się z wykorzystaniem współczynnika zmienności V_i . Kryteria mające V_i mniejsze od 0,1 są eliminowane. Szerzej procedura eliminacji z wykorzystaniem tego współczynnika jest omówiona w publikacji Nermend (2008c).

2.2. ETAP II. OKREŚLENIE CHARAKTERU KRYTERIÓW

Przeważnie decydenci nie potrafią skwantyfikować swoich preferencji, natomiast potrafią wyrazić jakie obiekty są dla nich akceptowalne lub nieakceptowalne. Stąd propozycja charakteru kryteriów powinna być zgodna z ich intuicją. Można zaproponować następujące grupy kryteriów: pożądane, niepożądane, motywujące, demotywujące i neutralne, tworzące zbiory kryteriów (Nermend, Borawski, 2014):

- Pożądanych ($k_i \in \kappa_d$), dla których pożądane są określone wartości, nie za duże i nie za małe. Przykładowo kupując samochód decydent oczekuje samochodu o pewnej wielkości, ani zbyt dużego, ani zbyt małego (cecha nominanta).
- Niepożądanych ($k_i \in \kappa_{nd}$), dla których określona wartość jest niepożądana.
- Motywujących ($k_i \in \kappa_m$), dla których pożądane są wysokie wartości, motywujące decydenta do podejmowania decyzji. Przykładowo decydent, wybierając formę lokaty będzie oczekiwał maksymalnego oprocentowania (cecha stymulanta).
- Demotywujących ($k_i \in \kappa_{dm}$), dla których pożądane są niskie wartości, ich duża wysokość demotywuje decydenta do podjęcia decyzji. Przykładem takiego kryterium jest cena, która w przypadku zakupu powinna mieć wartość jak najniższą (cecha destymulanta).
- Neutralnych ($k_i \in \kappa_n$), które w danym problemie decyzyjnym nie są istotne, ich wartości nie powinny mieć wpływu na podjętą decyzję.

Na tym etapie każdemu kryterium należy przypisać określony charakter. Każdą cechę można określić jako jedną z wyżej wymienionych, można je również zastąpić nazwami stymulanta, destymulanta itp. używanymi w wielowymiarowej analizie porównawczej. Zdaniem autora nazwy te nie są tak zrozumiałe dla decydenta jak te zaproponowane w niniejszym artykule.

2.3. ETAP II. NADANIE WAG KRYTERIOM

Na ogół można przyjąć, że wszystkie kryteria mają jednakowe znaczenie, jednak są sytuacje, w których jedno kryterium może być dużo ważniejsze od pozostałych. Przykładem może być cena, która często jest głównym kryterium wyboru. Można wówczas nadać takiej zmiennej większą wartość wagi. Domyślnie można na przykład przyjąć, że wagi kryteriów w_i są równe 1. W sytuacji, gdy konieczne jest zwiększenie ważności kryteriów można te wagi zwiększyć lub zmniejszyć. Przykładowo nadanie kryterium wagi 2 będzie powodowało, że dane kryterium będzie dwa razy ważniejsze od pozostałych, wagi 0,5 – że będzie dwa razy mniej ważne. Wagi można też podawać w zakresie od 0 do 100 przy założeniu, że ich suma wynosi 100. Stają się wówczas procentowym wskaźnikiem ważności kryterium.

Po określeniu wag powinny one zostać unormowane w celu eliminacji skali wartości w jakich są one podawane:

$$w'_j = \frac{w_j}{\sum_{i=1}^M w_i}, \quad (1)$$

gdzie w_j to wartość wagi dla j -tego kryterium, w'_i – wartość unormowanej wagi dla i -tego kryterium, a M – ilość kryteriów.

2.4. ETAP III. NORMOWANIE WARTOŚCI KRYTERIÓW

Kryteria opisujące obiekty są z reguły niejednorodne, opisują bowiem różne parametry obiektów, które są wyrażone w różnych jednostkach miary i mają różne skale wartości. Powoduje to, że dane zapisane w ten sposób są nieporównywalne. Konieczne jest zatem sprowadzenie ich do postaci, w której byłyby porównywalne. Stąd kolejnym etapem metody PVM jest normowanie kryteriów. W wyniku normowania usunięte zostają jednostki miary, a skala wartości kryteriów zostaje sprowadzona do mniej więcej jednakowego poziomu. Przeważnie stosowaną metodą normowania jest standaryzacja (Nermend, 2008c):

$$x'_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_i}{S_i}, \quad (2)$$

gdzie x_{ij} to wartość i -tego kryterium j -tego obiektu, x'_{ij} – wartość i -tego kryterium j -tego obiektu po standaryzacji, \bar{x}_i – wartość średnia wartości i -tego kryterium, a S_i – odchylenie standardowe wartości dla i -tego kryterium.

Przez ' (prim) dalej będą oznaczane wartości po unormowaniu. Więcej informacji na temat normowania można znaleźć w pracach: Kukuła (2000), Pawełek (2008), Nermend (2013).

2.5. ETAP IV. WYZNACZANIE WEKTORA PREFERENCJI

Wektor preferencji określa preferencje decydenta w stosunku do analizowanych obiektów. Jest to wektor, którego współrzędne stanowią wartości kryteriów wyliczone na podstawie różnicy między motywującym $\vec{\Psi}$, a demotywowującym $\vec{\Phi}$ wektorem preferencji. Wartości kryteriów dla wektora $\vec{\Psi}$ są podane przez decydenta i przeważnie spełniają jego oczekiwania. Wektor $\vec{\Phi}$ wskazuje na wartości kryteriów przez decydenta niepożądane. Interpretacja wektorów preferencji oraz sposób ich wyznaczania zależy od wybranego wariantu obliczania PVM. Szerzej zostanie to omówione przy opisie wariantów metody PVM przedstawionych na rysunku 1. W procesie obliczeniowym wektor preferencji jest traktowany (pod względem charakteru kryteriów oraz sposobu ich normowania) tak samo, jak każdy inny wektor reprezentujący obiekt. Należy dokonać normowania motywującego oraz demotywowującego wektora preferencji wykorzystując te same parametry normowania, które były wykorzystywane przy normowaniu wartości kryteriów. Przykładowo wektor $\vec{\Psi}$ można unormować wykorzystując standaryzację w następujący sposób (Nermend, Borawski, 2014):

$$\psi'_i = \frac{\psi_i - \bar{x}_i}{S_i}, \quad (3)$$

gdzie ψ_i to wartość i -tej współrzędnej wektora $\vec{\Psi}$ a ψ'_i – wartość i -tej współrzędnej wektora $\vec{\Psi}$ po normowaniu.

2.6. ETAP IV. RANGOWANIE OBIEKTÓW WEDŁUG PREFERENCJI DECYDENTA

Ranking obiektów według preferencji decydenta jest budowany na podstawie połączenia dwóch metod budowy miar agregatowych: metody Hellwiga, w której jest używana odległość euklidesowa oraz metody VMCM wykorzystujących rzut wektora. Sposób liczenia miary zależy od charakteru kryteriów. Dla kryteriów o charakterze motywującym i demotywowującym jest ona liczona jako współrzędna wektorów-obiektów w jednowymiarowym układzie współrzędnych. W przypadku kryteriów pożądanym i niepożądanym podstawą wyliczenia wartości miary jest miara odległości. Kryteria neutralne nie mają znaczenia dla wartości miary.

Budowę rankingu zaczyna się od rozdzielenia kryteriów. Kryteria neutralne są odrzucane. Pozostałe kryteria są dzielone na trzy grupy:

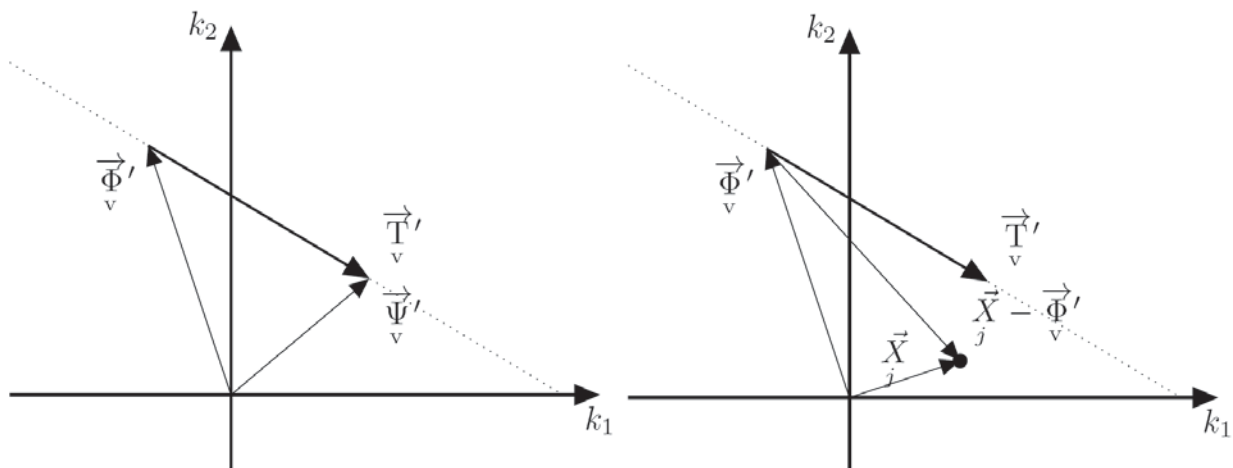
- kryteria motywujące i demotywowujące,

- kryteria pożądane,
- kryteria niepożądane.

Dla kryteriów motywujących i demotywiających miara liczona jest poprzez wyznaczenie długości rzutu wektora reprezentującego j -ty obiekt na wektor preferencji \vec{T}'_v który jest wyznaczany jako różnica wektorów $\vec{\Psi}'_v$ i $\vec{\Phi}'_v$:

$$\vec{T}'_v = \vec{\Psi}'_v - \vec{\Phi}'_v. \quad (4)$$

Wektory $\vec{\Psi}'_v$ i $\vec{\Phi}'_v$ stanowią wektory, których współrzędnymi są kryteria motywujące i demotyujące wektorów $\vec{\Psi}'_v$ i $\vec{\Phi}'_v$. Rysunek 2a przedstawia sposób wyznaczania wektora preferencji \vec{T}'_v . Punkt zaczepienia wektora \vec{T}'_v wyznacza wektor $\vec{\Phi}'_v$.

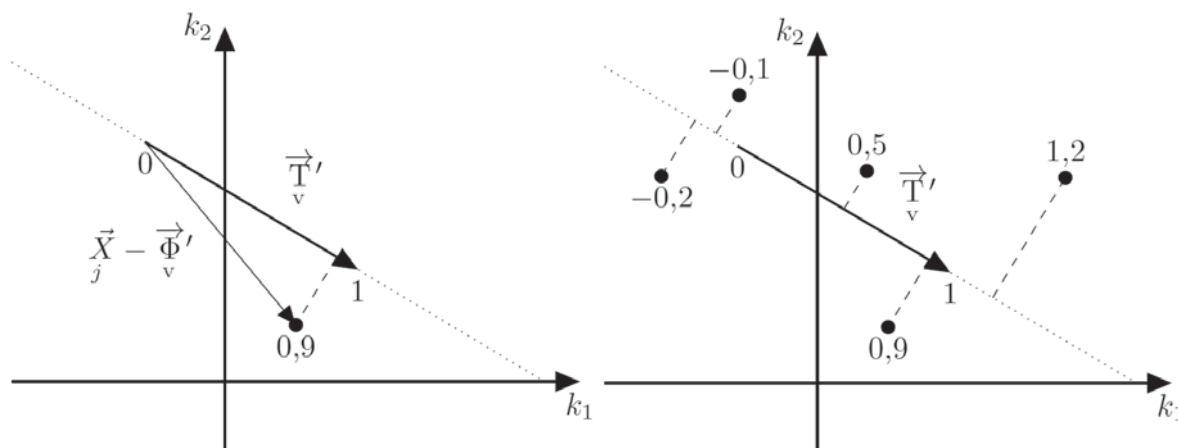


Rysunek 2. Wektor preferencji \vec{T}'_v : a) umiejscowienie w układzie współrzędnych kryteriów (k_1 – kryterium 1, k_2 – kryterium 2); b) określanie położenia obiektu względem punktu zaczepienia \vec{T}'_v

Źródło: opracowanie własne.

Znak współrzędnych wektora \vec{T}'_v jest związany z charakterem kryteriów. Dodatni określa kryterium motywujące, a ujemny demotyujące. Nie zawsze musi być to zgodne z charakterem kryteriów określonym w etapie I, ponieważ czasem może się zdarzać sytuacja, gdy decydent nie dba o przechodniość preferencji i podaje wartości kryteriów demotywiających wyższe od motywujących. Z tego względu należy wykonać korektę charakteru kryteriów poprzez dokonanie zmian znaku tego konkretnego kryterium we współrzędnych wektora \vec{T}'_v . Współrzędnym związanym z kryterium motywującym nadaje się znak dodatni, a demotyującym – ujemny. Dla każdego

obiektu \vec{X}'_j należy określić jego położenie punktu zaczepienia wektora \vec{T}'_v . W tym celu liczona jest różnica pomiędzy nim a wektorem \vec{T}'_v (rysunek 2b). Na podstawie tej różnicy wyznaczana jest długość rzutu obiektu \vec{X}'_j na wektor \vec{T}'_v (rysunek 3a). Długość wektora \vec{T}'_v stanowi jednostkę miary podczas rzutowania obiektów na wektor \vec{T}'_v . Długość rzutu obiektu \vec{X}'_j zależy od jego położenia względem wektora \vec{T}'_v . Ilustruje to rysunek 3b.



Rysunek 3. Długość rzutu obiektów \vec{X}'_j na wektor \vec{T}'_v : a) wyznaczanie długości rzutu obiektu \vec{X}'_j ; b) położenie obiektów a ich długość rzutu

Źródło: opracowanie własne.

Fakt, że długość rzutu na wektor \vec{T}'_v posiada inną jednostkę miary niż układ współrzędnych kryteriów k_1, k_2 stanowi problem, jeżeli konieczne jest zestawienie tych długości z wartościami miary odległościowej liczonej w k_1, k_2 . W związku z tym wektor \vec{T}'_v sprowadzany jest do postaci wektora jednostkowego:

$$\vec{\Theta}'_v = \frac{\vec{T}'_v}{\|\vec{T}'_v\|}, \quad (5)$$

przy czym w metodzie PVM przyjmujemy:

$$\|\vec{T}'_v\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{M_v} \tau_i'^2}, \quad (6)$$

gdzie M_v to liczba kryteriów motywujących i demotyrywujących, a τ_i' – i -ta współrzędna wektora \vec{T}'_v .

Długość rzutu j -tego obiektu na wektor $\vec{\Theta}'_v$, będąca jednocześnie wartością miary, może być wyliczona z następującego wzoru:

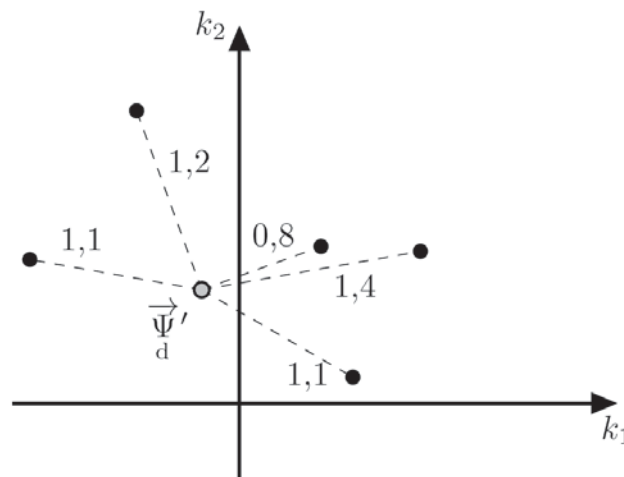
$$\mu_j = \sum_{i=1}^{M_v} \left(x'_{i,j} - \varphi'_{i,v} \right) \mathcal{G}'_{i,v} w'_{i,v}, \quad (7)$$

gdzie $\varphi'_{i,v}$ to i -ta współrzędna wektora $\vec{\Phi}'_v$, $\mathcal{G}'_{i,v}$ – i -ta współrzędna wektora $\vec{\Theta}'_v$, a $w'_{i,v}$ – waga i -tego kryterium.

Im wyższa jest wartość μ_j tym j -ty obiekt ma wyższą pozycję w rankingu. Dla kryteriów pożądanых w obliczeniach brany jest pod uwagę wektor $\vec{\Psi}'_d$, którego współrzędnymi są kryteria pożądanе wektora $\vec{\Psi}'_d$. Wartość miary jest liczona jako odległość między punktami (rysunek 4) (Nermend, Borawski, 2014):

$$\mu_d = \sqrt{\sum_{i=1}^{M_d} w'_{i,d} \left(x'_{i,j} - \psi'_{i,d} \right)^2}, \quad (8)$$

gdzie M_d to liczba kryteriów pożądanых, $\psi'_{i,d}$ – i -ta współrzędna wektora $\vec{\Psi}'_d$, a $w'_{i,d}$ – waga i -tego kryterium.



Rysunek 4. Wyznaczenie miary dla kryteriów pożądanых

Źródło: opracowanie własne.

Im mniejsza jest wartość miary μ_d , tym wyższa jest pozycja obiektu w rankingu. Najlepsze obiekty mają wartość miary równą zero.

Dla kryteriów niepożądanych brany jest pod uwagę w obliczeniach wektor $\vec{\Phi}'_{nd}$, którego współrzędnymi są kryteria niepożądane wektora $\vec{\Phi}'$. Podobnie jak poprzednio wartość miary jest liczona jako odległość między punktami (Nermend, Borawski, 2014):

$$\mu_{j, nd} = \sqrt{\sum_{i=1}^{M_{nd}} w'_{i, nd} \left(x'_{i, j} - \varphi'_{i, nd} \right)^2}, \quad (9)$$

gdzie M_{nd} to liczba kryteriów niepożądanych, $\varphi'_{i, nd}$ – i -ta współrzędna wektora $\vec{\Phi}'_{nd}$, a $w'_{i, nd}$

– waga i -tego kryterium.

Im większa jest wartość miary μ_j , tym wyższa jest pozycja obiektu w rankingu. Najgorsze obiekty mają wartość miary równą zero.

Ostateczną wartość miary μ_j wyznacza się licząc średnią ważoną wartości miar $\mu_{j, v}$, $\mu_{j, d}$ i $\mu_{j, nd}$:

$$\mu_j = \frac{\mu_{j, v} M_v - \mu_{j, d} M_d + \mu_{j, nd} M_{nd}}{M_v + M_d + M_{nd}}. \quad (10)$$

Znak minus przy wartości miary $\mu_{j, d}$ jest związany z nieco odmiennym jej charakterem. Dla $\mu_{j, v}$ i $\mu_{j, nd}$ im większa wartość miary tym lepszy obiekt, w przypadku $\mu_{j, d}$ jest odwrotnie – im mniejsza wartość miary tym lepszy obiekt.

3. MATEMATYCZNY OPIS WARIANTÓW W METODZIE WEKTORA PREFERENCJI

3.1. WARIANT A

Decydent podaje kryteria oraz ich charakter. Wartości wektorów $\vec{\Psi}$ i $\vec{\Phi}$ są wyliczane na podstawie danych. Procedura postępowania zależy od charakteru kryteriów. Współrzędne tych wektorów są wyznaczone na podstawie I i III kwartyla do obliczania miary $\mu_{j, v}$ oraz maksimum i minimum do obliczania miar $\mu_{j, d}$ i $\mu_{j, nd}$. Do obliczeń brane są wartości kryteriów dla wszystkich rozpatrywanych obiektów (tabela 1).

Tabela 1.

Obliczanie wektorów $\vec{\Psi}$ i $\vec{\Phi}$ w zależności od charakteru kryteriów

Wektor	Kryterium				
	motywujące	demotytywujące	pożądane	niepożądane	neutralne
$\vec{\Psi}$	III kwartył	I kwartył	max	-	-
$\vec{\Phi}$	I kwartył	III kwartył	-	min	-

Źródło: opracowanie własne.

3.2. WARIANT B

Decydent podaje kryteria i charakter motywującego $\vec{\Psi}$ i demotytywującego $\vec{\Phi}$ wektora preferencji w postaci danych dla dwóch obiektów rzeczywistych z próby lub spoza próby badawczej. Pierwszego, który mu się podoba i drugiego, który mu się nie podoba.

4. PORÓWNANIE METODY PVM Z WYBRANYMI METODAMI WIELOKRYTERIALNYMI

Tabela 2 przedstawia charakterystykę wybranych metod wykorzystywanych w podejmowaniu decyzji. W celach porównawczych dołączono do nich metodę PVM. Pod względem charakterystyki jest to metoda najbardziej podobna do metody TOPSIS. Od TOPSIS odróżnia ją wykorzystanie w obliczeniach jednowymiarowego układu współrzędnych. W odróżnieniu od innych metod nie jest konieczna ocena relatywnej istotności kryteriów, gdyż metoda sama potrafi je ocenić na podstawie określenia pozytywnego i negatywnego wzorca.

Tabela 3 przedstawia zestawienie porównawcze metod AHP, ELECTRE, PROMETHEE, TOPSIS, PVM. Metodę PVM wyróżnia przede wszystkim prostota, co umożliwia łatwą interpretację wyniku i działania metody. Wykorzystuje ona iloczyn skalarny zdefiniowany dla przestrzeni Euklidesowej, ale nie ma przeciwwskazań metodycznych do wykorzystania innych iloczynów skalarnych. Daje to możliwość łatwej modyfikacji metody i dodania do niej nowych elementów, na przykład liczb wieloelementowych opisujących niedokładność danych, co czyniłoby ją równoważną metodom wykorzystującym liczby rozmyte.

W zależności od potrzeb decydenta metoda PVM może pracować w dwóch wariantach, albo wyszukiwać obiekty (warianty decyzyjne) o cechach najbardziej podobnych do wskazanych przez niego, albo o cechach zbliżonych lub lepszych. Możliwa jest również kombinacja obu wariantów. Żadna inna z analizowanych metod nie pozwala na łączenie obu wariantów. Proces obliczeniowy metody PVM jest zbliżony do metody TOPSIS i należy do najprostszych ze wszystkich porówny-

Tabela 2.

Charakterystyka metod AHP, TOPSIS, ELECTRE oraz PVM

Charakterystyka	AHP	TOPSIS	ELECTRE I	ELECTRE II	ELECTRE III	PVM
Podstawowy proces	Tworzenie hierarchicznej struktury i macierzy porównań parami	Obliczanie odległości od pozytywnego i negatywnego wzorca	Określanie indeksów zgodności i niezgodności	Określanie indeksów zgodności i niezgodności	Określanie indeksów zgodności i niezgodności z programi obojętności i preferencji	Wyznaczenie długości rzutu wektora reprezentującego obiekt \bar{X} na wektor \underline{T}' oraz (lub) odległości od $\underline{\Psi}$
Konieczność oceny relatywnej istotności kryteriów	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak
Określanie wag	Macierze porównań parami, skala 1–9	Brak określonej metody. Normalizacja liniowa lub wektorowa	Brak określonej metody. Zależy od osoby podejmującej decyzje	Brak określonej metody. Zależy od osoby podejmującej decyzje	Brak określonej metody. Zależy od osoby podejmującej decyzje	Podwójny system wag. Podczas obliczania wektora \underline{T}' oraz na podstawie wzoru (1).
Liczba i rodzaj relacji przewyższania	$N(N-1)/2$	1	1	2	1 Rozmyta	1
Kontrola spójności	Zapewniona	Brak	Brak	Brak	Zapewniona	Brak
Struktura problemu	Mała liczba alternatyw i kryteriów, dane jakościowe lub ilościowe	Duża liczba alternatyw i kryteriów, dane obiektywne i ilościowe	Duża liczba alternatyw i kryteriów, dane obiektywne i ilościowe	Duża liczba alternatyw i kryteriów, dane obiektywne i ilościowe	Obiektywne i ilościowe dane, wykorzystanie logiki rozmytej	Duża liczba kryteriów, dane ilościowe
Końcowe rezultaty	Globalne uporządkowanie	Globalne uporządkowanie	Istotna treść	Częściowe uporządkowanie	Częściowe uporządkowanie	Globalne uporządkowanie

Źródło: opracowanie własne na podstawie AHP, TOPSIS, ELECTRE I, ELECTRE II, ELECTRE III (Özcan i inni, 2011).

Tabela 3.

Porównanie metod AHP, Electre, Promethee, TOPSIS, PVM

Metoda	Zalety	Wady	Obszary zastosowania
Proces hierarchii analitycznej (AHP)	Łatwa w użyciu, skalowalna, struktura hierarchii może być dostosowana, aby pasowała do problemów różnych rozmiarów.	Problemy wynikające z wzajemnych zależności pomiędzy alternatywami i kryteriami; może prowadzić do niespójności pomiędzy decyzją a kryteriami rankingu; odwrócenie rankingu.	Problemy dotyczące wydajności, zarządzanie zasobami, polityka i strategia korporacyjna, polityka publiczna, polityczne strategie i planowanie.
ELECTRE	Bierze pod uwagę niepewność.	Proces oraz wyniki mogą być trudne do wyjaśnienia laikowi, relacje przewyższania powodują, że siły i słabości poszczególnych rozwiązań nie są łatwe do bezpośredniego zidentyfikowania.	Energia, ekonomia, środowisko, zarządzanie wodą, problemy transportowe.
PROMETHEE	Łatwa w użyciu, nie wymaga założenia, że kryteria są procentowe (proporcjonalne).	Nie zapewnia jasnej metody przypisywania wag.	Środowisko, hydrologia, zarządzanie wodą, biznes i finanse, chemia, logistyka i transport, produkcja i montaż, energia, rolnictwo.
TOPSIS	Prosty proces, łatwy do użycia i zaprogramowania, liczba kroków jest zawsze taka sama, niezależnie od liczby atrybutów.	Użycie odległości Euklidesowej nie uwzględnia korelacji między atrybutami; trudno określić wagi i utrzymać spójność decyzji.	Zarządzanie łańcuchem dostaw, logistyka, inżynieria, systemy produkcyjne, biznes i marketing, środowisko, zasoby ludzkie, zarządzanie zasobami wody.
PVM	Bardzo prosty proces, łatwy do użycia i zaprogramowania, liczba kroków jest zawsze taka sama, niezależnie od liczby kryteriów i obiektów, możliwość zastosowania dowolnego iloczynu skalarnego daje potencjalnie duże możliwości dalszego rozbudowania metody, na przykład o niepewność.	Użycie odległości Euklidesowej dla kryteriów pożądaných i niepożądanych nie uwzględnia korelacji między kryteriami.	Ochrona środowiska, ekonomia, podejmowanie decyzji konsumenckich.

Źródło: opracowanie własne na podstawie AHP, TOPSIS, ELECTRE, Promethee (Velasquez, Hester, 2013).

wanych metod. Liczba kroków jest zawsze stała i dla danego kryterium zależy tylko od jego charakteru. Obliczenia mają charakter umożliwiający łatwy zapis w postaci macierzowej, co upraszcza zrównoleglenie obliczeń oraz implementację sprzętową. Pozwala to na zastosowanie metody tam, gdzie zachodzi potrzeba szybkiego stworzenia rankingu dla dużej ilości danych (na przykład tworzenia rankingu wszystkich stron internetowych w danym języku, wszystkich osób odwiedzających dany portal internetowy).

5. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA METODY PVM DO WYBORU KOMPUTERA

Zastosowanie metody PVM zostanie omówione na przykładzie wyboru komputera najbardziej odpowiadającego oczekiwaniom konsumenta. Przyjęto, że konsumenta najbardziej interesują następujące kryteria:

- k_1 – pamięć RAM w GB;
- k_2 – pojemność dysku twardego HDD w GB;
- k_3 – cena komputera w PLN;
- k_4 – przekątna matrycy ekranu w calach;
- k_5 – liczba portów USB.

Konsument określił, że chciałby mieć jak najwięcej pamięci RAM, jak największy dysk twardego HDD i jak największą liczbę portów USB przy jak najniższej cenie. Ponadto konsument chciałby mieć matrycę jak najbardziej zbliżoną do rozmiaru 17 cali. Konsument ponadto określił, że preferowane przez niego parametry komputera to 8 GB RAM-u, 1024 GB HDD, oraz 4 porty USB. Większe wartości są dla niego dopuszczalne. Określił także, że parametry 4 GB RAM-u, 500 GB HDD oraz 2 porty USB są za niskie, jak na jego potrzeby. Konsument nie podał preferowanej ceny za jaką chciałby kupić komputer, ale określił, że to kryterium jest dla niego ważne. W związku z tym wartości kryteriów RAM, HDD i USB dla wektora $\vec{\Psi}$ przyjęto na poziomie preferowanym przez konsumenta, czyli 8, 1024 i 4. Wartości tych kryteriów dla wektora $\vec{\Phi}$ przyjęto na poziomie wartości niepreferowanych przez konsumenta: 5, 500 i 2. Dla kryterium matryca, które jest kryterium pożądanym, przyjęto wartość 17 jako współrzędną wektora $\vec{\Psi}$. Współrzędną wektora $\vec{\Phi}$ dla kryterium matryca nie została określona, gdyż nie jest to wymagane (tabela 4). Ze względu na to, że konsument nie wskazał ceny, wartości tego kryterium określono na podstawie I i III kwartyli.

Ze względu na to, że konsument określił, iż cena jest dla niego ważna, przyjęto, że waga tego kryterium będzie równa 4, a pozostałych kryteriów 1. Oznacza to, że ważność tego kryterium jest taka sama, jak wszystkich pozostałych razem wziętych (suma ich wag też jest równa też 4). Na podstawie informacji podanych przez konsumenta wykonano ranking komputerów, co zostało przedstawione w tabeli 5.

Tabela 4.

Komputery wskazane przez konsumenta

	RAM	HDD	Cena	Matryca	USB
$\bar{\Psi}$	8	1024	3829,25	17	4
$\bar{\Phi}$	4	500	6060	-	2

$\bar{\Psi}$ – komputer, który mu się podobał, $\bar{\Phi}$ – komputer który mu się nie podobał.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5.

Wartości kryteriów dla komputerów w różnych wariantach decyzyjnych

Wariant decyzyjny	RAM	HDD	Cena	Matryca	USB
C ₁	4	500	3849	17	2
C ₂	4	500	3949	17	2
C ₃	4	500	3699	15	4
C ₄	4	750	3519	17	2
C ₅	4	640	3770	17	3
C ₆	4	500	3759	15	2
C ₇	8	1024	4200	13	4
C ₈	16	1024	6000	13	4
C ₉	8	1024	3999	15	3
C ₁₀	8	500	3520	15	2
C ₁₁	8	1024	5350	15	4
C ₁₂	16	1024	6240	15	4
C ₁₃	4	1024	4220	15	3
C ₁₄	8	1024	5340	13	2
C ₁₅	4	500	4500	13	3
C ₁₆	16	1024	7200	13	4
C ₁₇	4	500	3650	17	3
C ₁₈	8	500	4670	17	3
C ₁₉	16	1024	7250	17	3
C ₂₀	16	1250	9500	17	4
C ₂₁	4	1250	6550	15	4
C ₂₂	4	250	4200	11	2
C ₂₃	8	500	5300	11	4
C ₂₄	16	1024	7500	11	4

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki otrzymanego rankingu zostały zaprezentowane w tabeli 6. Najlepszy wynik uzyskał komputer C₅. Jego parametry w większości mają wartości pomiędzy wielkościami preferowanymi a niepreferowanymi przez konsumenta. Wynika to z tego, że konsument określił kryterium ceny jako bardzo ważne, w związku z tym cena najlepszego według rankingu komputera jest stosunkowo wysoka. Analizując komputery należące do klasy pierwszej można zauważyć, że ich ceny są stosunkowo

Tabela 6.

Wartości miary PVM przy nadaniu kryterium ceny wagi równej 4

Obiekt	Miara wektorowa	Miara odległościowa	Miara	Klasa
C ₅	0,44	0,00	0,36	1
C ₁₇	0,43	0,00	0,34	1
C ₄	0,40	0,00	0,32	1
C ₃	0,53	0,55	0,31	1
C ₉	0,52	0,55	0,31	1
C ₁₃	0,47	0,55	0,27	2
C ₇	0,60	1,10	0,26	2
C ₁₈	0,32	0,00	0,25	2
C ₁₁	0,45	0,55	0,25	2
C ₁	0,30	0,00	0,24	2
C ₂	0,28	0,00	0,23	2
C ₁₂	0,38	0,55	0,19	2
C ₁₀	0,37	0,55	0,18	2
C ₂₁	0,31	0,55	0,14	3
C ₆	0,31	0,55	0,14	3
C ₁₉	0,14	0,00	0,11	3
C ₈	0,41	1,10	0,11	3
C ₁₅	0,31	1,10	0,03	3
C ₂₀	-0,01	0,00	-0,01	3
C ₁₆	0,25	1,10	-0,02	4
C ₁₄	0,24	1,10	-0,03	4
C ₂₃	0,34	1,66	-0,06	4
C ₂₄	0,21	1,66	-0,16	4
C ₂₂	0,19	1,66	-0,18	4

Źródło: opracowanie własne.

niskie (nie przekraczają 4000 PLN). Jeżeli konsumentowi nie odpowiada komputer C_5 , może poszukać bardziej odpowiadającego mu komputera z należących do klasy 1. Komputery te mają bardzo zbliżone wartości miary, a różnią się wyposażeniem i ceną. Dla tych komputerów zwiększenie wartości jednego kryterium powoduje obniżenie wartości innych kryteriów.

Badania powtórzono z wykorzystaniem metody ELECTRE II. Konsument wyraził swoje preferencje poprzez określenie, które kryteria są dla niego motywujące, a które demotywujące. Wagi kryteriów określono identyczne jak dla metody PVM. Progi dominacji i veta przyjęto zgodne z podanymi w pracy (Wang, Triantaphyllou, 2008): progi dominacji silny i słaby – 0,85 i 0,65, a progi veta silny i słaby – 0,5 i 0,25. Na tej podstawie zbudowano grafy silnych i słabych przewyższeń. Grafy posłużyły do skonstruowania rankingu. W metodzie ELECTRE II obiekty są rangowane na dwa sposoby: od najlepszego do najgorszego oraz od najgorszego do najlepszego. Ten drugi ranking nazywany jest czasami rankingiem odwróconym.

Wariant decyzyjny decydent wybiera zestawiając wyniki obu rankingów i posilkując się ewentualnie grafami przewyższeń. Dla ułatwienia porównania z metodą PVM dokonano oceny punktowej za pozycję obiektu w rankingu. Każdemu wariantowi decyzyjnemu znajdującemu się w rankingu o jedną pozycję niżej od wariantu analizowanego przyznawano 1 punkt, wariantowi znajdującemu się w rankingu o dwie pozycje niżej przyznawano dwa punkty, itd. Punktację taką przeprowadzono dla obu rankingów, przy czym dla rankingu odwróconego przyznawano punkty za położenie niższe w rankingu. Uzyskany wynik przedstawiono w tabeli 7.

Tabela 7.

Ranking stworzony za pomocą metody Electre II

Pozycja	Ranking	Ranking odwrócony	Ranking ostateczny		Ranking metodą PVM
	Wariant decyzyjny	Wariant decyzyjny	Wariant decyzyjny	Punktacja	Wariant decyzyjny
1	C_4, C_{10}	C_{20}	C_4	45	C_5
2	C_{17}	C_{21}, C_{24}	C_{10}	44	C_{17}
3	C_3	C_{19}	C_{17}	42	C_4
			⋮		
9	C_{15}	C_{23}	C_9, C_{22}	28	C_{11}
			⋮		
13	C_{11}	C_9, C_{22}	C_{18}	20	C_{10}
			⋮		
24					C_{22}

Źródło: opracowanie własne.

Podanie dwóch wektorów w metodzie PVM pozwala na bardziej precyzyjne określenie preferencji decydenta. W ELECTRE można podać albo mało precyzyjnie preferencje decydenta, tak jak w przedstawionym przykładzie, albo bardzo precyzyjnie, poprzez porównanie wszystkich wartości kryteriów parami, co w tym przypadku daje 280 porównań. Im większa jest liczba obiektów, tym większa jest liczba porównań. Przy dużej liczbie wariantów decyzyjnych liczba porównań staje się nie do przyjęcia dla decydenta i konieczne jest zastosowanie specjalnych procedur zmniejszających tę liczbę. Metoda PVM wskazała jako najlepszy wariant C_4 , a ELECTRE – C_5 . Ta różnica wynika z faktu, że konsument jako preferowaną liczbę portów USB podał 4, a niepreferowaną 2. Jest to różnica równa rozpiętości liczby możliwych portów dla rozpatrywanych komputerów. Metoda PVM przyjęła zatem, że jest to istotny parametr dla decydenta. Porównując obie metody można zauważyć także, że kryterium ceny jest w metodzie ELECTRE znacznie bardziej ważne niż w metodzie PVM. Wpływ wagi równej 4 jest zatem silniejszy w metodzie ELECTRE niż w metodzie PVM. Szczególnie widać to w przypadku wariantu C_{22} , gdzie wszystkie parametry są bardzo słabe oprócz ceny, którą można określić jako nieco mniejszą od przeciętnej. Metoda PVM umieściła ten wariant na samym końcu rankingu, a metoda ELECTRE w jego połowie.

W metodzie ELECTRE dobór parametrów takich jak wagi, progi dominacji i veta, może być trudny dla decydenta ze względu na trudność z przełożeniem ich poziomu na wynik. W metodzie PVM współrzędne wektora $\bar{\Psi}$ i $\bar{\Phi}$ podaje się w jednostkach miary kryteriów, co ułatwia ich określenie przez decydenta. Wagi mają również bardzo jasną interpretację, można je na przykład podawać jako procentowe wskaźniki ważności kryterium.

Poważnym problemem metody ELECTRE jest jej dość złożona procedura. Dla rozpatrywanego przykładu czas obliczeń w programie Matlab wahał się od ok. 1 s do ok. 2 godzin. Czas obliczeń bardzo silnie zależał od określenia preferencji konsumenta, co miało związek z układem połączeń w grafach. Dla porównania czas obliczeń dla metody PVM wynosił zawsze około 1 s, niezależnie od tego, jak konsument określił swoje preferencje.

6. PODSUMOWANIE

Przedstawiona w artykule metoda PVM wykorzystuje wektor preferencji do stworzenia rankingu obiektów. Ułatwia to decydentowi podjęcie właściwej decyzji. Decydent może wyrazić swoje preferencje poprzez wskazanie jak ważne są dla niego poszczególne kryteria, definiując obiekt preferowany i ewentualnie obiekt niepożądany. Możliwe jest także określenie preferencji tylko na podstawie charakteru kryteriów.

W artykule przedstawiono również przykładowe zastosowanie metody PVM w wyborze komputera przez konsumenta. Dane zaczerpnięto z internetowych skle-

pów komputerowych. Dla porównania podobne badania przeprowadzono dla metody Electre II. Na tej podstawie określono, że metoda wektora preferencji jest prostsza w użyciu przez decydenta ze względu na bardziej oczywisty związek parametrów niezbędnych do działania metody z uzyskanym wynikiem. Ponadto ze względu na wykorzystanie grafu metoda Electre II jest dużo bardziej złożona algorytmicznie co utrudnia jej implementację oraz sprawia, że czas obliczeń jest zależny od charakteru danych i może być bardzo długi. Metoda wektora preferencji jest dużo prostsza do przełożenia na język programowania szczególnie takich które wspierają operacje macierzowe. Czas obliczeń zależy tylko od ilości danych, nie zaś od ich charakteru. Czas ten nie powinien być znaczący nawet przy określeniu tysiąca kryteriów i tysiąca wariantów decyzyjnych. Jak wykazały badania dla metody Electre ze względu na wykorzystanie grafu problematyczne może być nawet określenie 5 kryteriów i 24 wariantów decyzyjnych. Ze względu na podobieństwo metod Electre wnioski te można uogólnić na wszystkie metody grupy Electre, a uwagi dotyczące wykorzystania grafu na wszystkie metody wykorzystujące grafy (np. Promethee).

Zaproponowana metoda może mieć szerokie zastosowanie w obszarze wspomaganego podejmowania decyzji. Przykładowo, można zastosować ją do wspomaganego wyborów konsumentów. Metodę można zaimplementować w oprogramowaniu uruchamianym na smartfonie, rozpoznającym produkty na podstawie kodu kreskowego. Metoda jest wtedy w stanie szeregować wybrane produkty względem innych. Innym przykładem jej zastosowania jest szeregowanie obiektów społeczno-gospodarczych, dzięki czemu można określić jak dany powiat, województwo, czy też państwo plasuje się na tle innych podobnych jednostek administracyjnych. Może to być podstawą do wyboru np. miejsca inwestowania. Metodę PVM można zastosować wszędzie, gdzie mamy do czynienia z wyborem jednego wariantu decyzyjnego spośród wielu innych.

Kesra Nermend – Uniwersytet Szczeciński

LITERATURA

- Bartosiewicz S., (1984), Zmienne syntetyczne w modelowaniu ekonometrycznym, W *Prace naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, Monografie i Opracowania, Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław, 5–8.
- Binderman A., (2011), Wielokryterialne metody analizy różnicowania polskiego rolnictwa w 2009 roku, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, 2 (12), 58–68.
- Binderman Z., Borkowski B., Szczęsny W., (2008), O pewnej metodzie porządkowania obiektów na przykładzie regionalnego różnicowania rolnictwa, w: Binderman Z., (red.), *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych: Wielowymiarowa analiza danych*, Wydawnictwo Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego, Warszawa.
- Borawski M., (2012), *Rachunek wektorowy z arytmetyką przyrostów w przetwarzaniu obrazów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

- Borys T., (1984), *Kategoria jakości w statystycznej analizie porównawczej*, Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Cieślak M., (1974), Taksonomiczna procedura programowania rozwoju i określania zapotrzebowania na kadry kwalifikowane, *Przegląd Statystyczny*, 1 (21), 29–39.
- Cieślak M., (1976), *Modele zapotrzebowania na kadry kwalifikowane*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- Dittman P., Pisz Z., (1975), Metoda dynamicznego badania zróżnicowania przestrzennego zjawisk społeczno-ekonomicznych, *Wiadomości Statystyczne*, 11 (20), 27–28.
- Duckstein L., Gershon M., (1983), Multicriterion Analysis of a Vegetation Management Problem using ELECTRE II, *Applied Mathematical Modelling*, 6 (4), 254–261.
- Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A., (1989), *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Grolleau J., Tergny J., (1971), *Manuel de Reference du Programme ELECTRE II*, Document de Travail 24, SEMA-METRA International.
- Hellwig Z., (1968), Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, *Przegląd Statystyczny*, 4 (15).
- Hwang C. L., Yoon K., (1981), *Multiple Attribut Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag.
- Jahanshahloo G. R., Lotfi F. H., Izadikhah M., (2006), An Algorithmic Method to Extend {TOPSIS} for Decision-Making Problems with Interval Data, *Applied Mathematics and Computation*, 2 (175), 1375–1384.
- Karagiannidis A., Moussiopoulos N., (1997), Application of ELECTRE III for the Integrated Management of Municipal Solid Wastes in the Greater Athens Area, *European Journal of Operational Research*, 97, 439–449.
- Kolenda M., (2006), *Taksonomia numeryczna. Klasyfikacja, porządkowanie i analiza obiektów wielocechowych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Kompa K., (2014), Zastosowanie mierników taksonomicznych do oceny efektywności finansowej giełd europejskich w latach 2002–2011, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 4 (15) 52–61.
- Kompa K., Witkowska D., (2010), Zastosowanie wybranych mierników syntetycznych do porównań poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego w krajach Unii Europejskiej, w: Jajuga K., Walesiak M., (red.) *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*. Taksonomia, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław, 71–80.
- Kukuła K., (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Łatuszyńska A., (2014), *Miary agregatowe w ocenie stopnia rozwoju społeczeństwa informacyjnego*, PPH Zapol, Szczecin.
- Młodak A., (2006), *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Difin, Warszawa.
- Mousseau V., Figueira J., Naux J.-P., (2001), Using Assignment Examples to Infer Weights for ELECTRE TRI Method: Some Experimental Results, *European Journal of Operational Research*, 2 (130), 263–275.
- Nermend K., (2006), A Synthetic Measure of Sea Environment Pollution, *Polish Journal of Environmental Studies*, 4b (15), 127–130.
- Nermend K., (2008a), Employing Similarity Measures to Examine the Development of Technical Infrastructure in Polish Counties, *Folia Oeconomica Stetinensia*, 7 (15), 87–97.
- Nermend K., (2012), Method for Examining the Variability of Socio-Economic Objects Quoting the Example of Baltic Sea Countries, *Actual Problems of Economics Scientific Economics Journal*, 5 (2), 201–211.
- Nermend K., (2008b), Problem obiektów nietypowych w badaniach taksonomicznych, *Metody Informatyki Stosowanej*, 1 (13), 105–112.

- Nermend K., (2013), Properties of Normalization Methods used in the Construction of Aggregate Measures, *Folia Oeconomica Stetinensia*, 2 (12), 31–45.
- Nermend K., (2008c), *Rachunek wektorowy w analizie rozwoju regionalnego*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Nermend K., (2007), Taxonomic Vector Measure of Region Development (TWMRR), *Polish Journal of Environmental Studies*, 4A (16), 195–198.
- Nermend K., (2008d), Zastosowanie rzutu wektora do budowy miernika syntetycznego, *Przegląd Statystyczny*, 3 (55), 10–21.
- Nermend K., Borawski M., (2014), Modeling Users' Preferences in the Decision Support System, *Indian Journal of Fundamental and Applied Life Sciences*, S1 (4), 1480–1491.
- Nermend K., Tarczyńska-Luniewska M., (2013), Badanie jednorodności przestrzennej i czasowej rozwoju obiektów społeczno-gospodarczych, *Przegląd Statystyczny*, 1, 85–100.
- Nowak E., (1990), *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Özcan T., Çelebi N., Esnaf Ş., (2011), Comparative Analysis of Multi-Criteria Decision Making Methodologies and Implementation of a Warehouse Location Selection Problem, *Expert Systems with Applications*, 8 (38), 9773–9779.
- Pawełek B., (2008), *Metody normalizacji zmiennych w badaniach porównawczych złożonych zjawisk ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Pluta W., (1977), *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach ekonomicznych: metody taksonomiczne i analizy czynnikowej*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Roy B., (1968), Classement et Choix en Pr´esence de Points de vue Multiples (la Methode ELECTRE), *W La Revue d'Informatique et de Recherche Op´eracionelle*, 57–75 .
- Saaty T., (1980), *The Analytical Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York.
- Saaty T., (2005), *Theory and Applications of the Analytic Network Process: Decision Making with Benefits, Opportunities, Costs and Risks*, RWS Publications, Pittsburgh, Pennsylvania.
- Scharlig A., (1996), *Pratiquer ELECTRE et PROMETHEE : Un Complement`a Decider sur Plusieurs Crit`eres*, Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.
- Strahl D. red., (2006), *Metody oceny rozwoju regionalnego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Tarczyński W., (2004), Dynamiczne ujęcie taksonomicznej miary atrakcyjności inwestycji na przykładzie wybranych spółek notowanych na giełdzie papierów wartościowych w Warszawie. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 15 (394), 299–322.
- Tarczyński W., Luniewska M., (2006), *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Vallée D., Zielniewicz P., (1994), *Electre III–IV, version 3. x. Guide D'utilisation (tome 2)*, Université de Paris Dauphine, France.
- Velasquez M., Hester P. T., (2013), An Analysis of Multi-Criteria Decision Making Methods, *International Journal of Operations Research*, 2 (10), 56–66.
- Wang X., Triantaphyllou E., (2008), Ranking Irregularities when Evaluating Alternatives by Using Some ELECTRE Methods. *Omega, The International Journal of Management Science*, 36, 45–63.
- Witkowska D., (2010), Zastosowanie syntetycznych mierników taksonomicznych do pomiaru efektywności Chińskich banków, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 2 (11), 281–292.

**WIELOKRYTERIALNA METODA WEKTORA PREFERENCJI
JAKO NARZĘDZIE WSPOMAGAJĄCE PROCES DECYZYJNY****S t r e s z c z e n i e**

W artykule zaprezentowano podstawy teoretyczne metody wektora preferencji (PVM – Preference Vector Method). Jest ona rozwinięciem metod wykorzystywanych przez szkołę polską i może być stosowana w procesie podejmowania decyzji. Ranking obiektów według preferencji decydenta jest budowany na podstawie połączenia dwóch metod budowy miar agregatowych: metody Hellwiga, w której jest używana odległość euklidesowa oraz metody budowy miar wektorowych (VMCM), wykorzystującej rzut wektora.

Słowa kluczowe: mierniki syntetyczne, metody wielokryterialne, metoda wektora preferencji

**MULTI-CRITERIA PREFERENCE VECTOR METHOD (PVM) AS A TOOL SUPPORTING
THE DECISION MAKING PROCESS****A b s t r a c t**

The paper presents the theoretical foundations of Preference Vector Method (PVM). It is the development of methods used by the Polish school and can be used in the decision making process. The ranking of objects according to a decision-maker preferences is performed on the basis of a combination of two methods for construction aggregate measures: Hellwig method, in which the Euclidean distance is used and the vector measures construction method (VMCM), which uses a vector projection.

Keywords: synthetic measures, multicriteria method, PVM method, preference vector

